

---

## Examen session de rattrapage - Module M12 -

durée : 2h

---

**Exercice 1** Donner sous forme trigonométrique les racines troisièmes de :

1.  $1 - i$
2.  $-1$

**Exercice 2** Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $iz^2 + (4i - 3)z + i - 5 = 0$

**Exercice 3** Soient  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  et  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  les fonctions données par  $f(x) = \frac{x(x-1)}{2}$  et  $g(x) = f(x+1)$ .

1.  $f$  est-elle injective ? Justifier.
2. Montrer que  $f$  n'est pas surjective.
3. Montrer que  $f(\mathbb{N}) = g(\mathbb{N})$ .

**Exercice 4**

Soit l'identité de Bézout :

$$370u + 45v = 15 \quad \text{où } u \text{ et } v \text{ sont dans } \mathbb{Z}.$$

1. Déterminer une solution particulière  $u_0, v_0$  de cette identité de Bézout.
2. Déterminer l'ensemble de toutes les solutions de cette identité de Bézout.
3. Soit le système de congruence :

$$\begin{cases} X \equiv -12 & [370] \\ X \equiv 3 & [45] \end{cases}$$

En utilisant la question précédente, déterminer toutes les solutions  $X$  de ce système.

**Exercice 5** Déterminer l'ensemble des entiers  $n$  tels que  $2^n \leq n!$ .