

Probabilités, L2

Université de Bourgogne
18 décembre, 2014

Exercice 1 On s'intéresse à un test d'épistage d'une certaine maladie. On note M l'événement "être malade", Po_+ l'événement "le test est positif" et Po_- l'événement "le test est négatif". On mesure la qualité du test par deux indices :

Indice de sensibilité : $Se = \mathbb{P}(Po_+|M)$,
Indice de spécificité : $Sp = \mathbb{P}(Po_-|M^c)$.

Les quantités qui intéressent le clinicien sont les valeurs prédictives du test :

Valeur prédictive positive : $VPP = \mathbb{P}(M|Po_+)$,
Valeur prédictive négative : $VPN = \mathbb{P}(M^c|Po_-)$.

Calculer les valeurs prédictives dans les cas suivants :

1. $Se = 0,99$, $Sp = 0,99$, $\mathbb{P}(M) = 0,1$,
2. $Se = 0,99$, $Sp = 0,99$, $\mathbb{P}(M) = 0,005$,
3. $Se = 0,99$, $Sp = 0,99$, $\mathbb{P}(M) = 0,0001$,
4. $Se = 0,97$, $Sp = 0,97$, $\mathbb{P}(M) = 0,005$.

Exercice 2 Une urne contient 3 boules grenat, 2 boules marengo et 2 boules céladon. On tire 3 boules de l'urne (sans remise). On note C, G le nombre de boules céladon, grenat.

1. Donner la loi du couple (C, G) .
2. En déduire les lois de C et de G .
3. Les variables C et G sont-elles indépendantes ?
4. Calculer le coefficient de corrélation $\rho_{C,G}$ entre C et G .

Exercice 3 Une maison d'édition confie la frappe de ses manuscrits à une entreprise spécialisée. Une fois la saisie effectuée, le manuscrit est renvoyé à l'auteur pour correction des fautes de frappe. On a extrait 300 parties d'un document, toutes les parties contiennent le même nombre de caractères. Pour chacune de ces parties, on compte le nombre de fautes de frappe :

nombre de fautes de frappe	[70, 80[[80, 85[[85, 90[[90, 95[[95, 100[[100, 105[[105, 115[
Nombre de parties	16	30	63	100	47	25	19

1. Représenter graphiquement les fréquences et les fréquences cumulées en supposant qu'à l'intérieur de chaque classe, la distribution est uniforme.
2. Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type.
3. Déterminer la classe médiane. En supposant qu'à l'intérieur de chaque classe, la distribution est uniforme, déterminer la médiane.
4. Même question pour les premier et troisième quartiles.