EXAMEN

Relativité et mécanique analytique Licence L2, décembre 2013

1) a) Décrire la méthode pour dessiner le portrait de phase pour un système à un degré de liberté décrit par un Hamiltonien de la forme $H = p^2/(2m) + V(x)$, pour un potentiel $V(x)$ quelconque.
b) Donner une classification de tous les types de trajectoires possibles.
c) Définir les concepts suivants : (i) point d'équilibre stable, (ii) point d'équilibre instable, (iii) séparatrice.

Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :
(a) $H = p^2/(2m) - x^2$.
(b) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^4$.
(c) $H = p^2/(2m) + \sin(x)$.

2) L'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'un pendule de masse m et longueur l sont données par

$$E_{cin} = \frac{1}{2}ml^2v^2, \qquad E_{pot} = -mgl\cos(\theta),$$

où θ est l'angle par rapport à la verticale, $v = \frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire, et $g = 9.81ms^{-2}$.

a) Ecrire l'équation du mouvement de Newton pour θ.
b) Ecrire le Lagrangien pour ce système, et montrer que les équations d'Euler-Lagrange correspondantes sont équivalentes aux équations de Newton.
c) Quel est le moment canoniquement conjugué à θ?
d) Déterminer l'Hamiltonien correspondant à ce système et écrire les équations de Hamilton.
e) Montrer que l'énergie totale est conservée.

3) Etant données les masses du proton ($m_p = 938MeV/c^2$), du neutron ($m_n = (940/939)m_p$), du noyau de deutérium ($M_D = 1,9986m_p$) et du noyau de l'Helium-4 ($m_{He^4} = 3,9726m_p$), déterminer les différences de masse pour les réactions nucléaires suivantes:
(i) $2p + 2n \to He^4$.
(ii) $D \to n + p$.
et en déduire les quantités d'énergie cinétique absorbées ou produites.

Indication: Vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m/s

4) Montrer que pour deux événements séparés par un intervalle de type espace il existe un référentiel dans lequel ils sont simultanés.

PHYS 32