

## EPREUVE

## Optique Phys41

Durée 2h00 - Sans document, calculatrice autorisée.

Les deux exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre indifférent.

**Exercice I** Oculaire d'Huyghens (*temps indicatif*  $\approx 40$  min)

On se propose d'étudier un oculaire d'Huyghens (placé dans l'air) constitué de deux lentilles minces convergentes  $L_1$  de centre  $E$  de distance focale  $f'_1$  et  $L_2$  de centre  $S$  et de distance focale  $f'_2$ , avec  $\overline{ES} = e$ . Ces deux lentilles constituent un doublet (3, 2, 1), c'est-à-dire que  $\frac{f'_1}{3} = \frac{e}{2} = \frac{f'_2}{1} = a$ .

- Déterminez la matrice de transfert  $T(\overline{ES})$  du système en exprimant chaque terme en fonction du paramètre  $a$ . Quelle est la vergence du système? Déduisez-en les distances focales objet et image ( $f$  et  $f'$ ) du système. Le système est-il convergent ou divergent?
- On prend  $a = 3$  cm. Faites les applications numériques de la question précédente : donnez les valeurs des coefficients de la matrice, la vergence et les distances focales.
- Rappelez sans démonstration la forme générale de la matrice de conjugaison  $T(\overline{A_1A_2})$  entre deux points conjugués  $A_1$  et  $A_2$  sur l'axe optique.
- Exprimez cette même matrice d'une autre façon en faisant intervenir la matrice  $T(\overline{ES})$  et en posant  $z_1 = \overline{EA_1}$  et  $z_2 = \overline{SA_2}$ .
- Un objet de hauteur 2 cm est placé en  $A_1$  tel que  $z_1 = -4a$ . Déterminez les caractéristiques de son image (position et taille).
- Rappelez la définition des plans principaux d'un système optique. Utilisez les résultats de la question 3 pour déterminer la position de ces plans (vous donnerez par exemple les distances  $\overline{EH}$  et  $\overline{SH'}$ , d'abord leurs expressions littérales en fonction de  $a$  puis leur valeurs numériques).
- Déduisez-en la position du foyer objet  $F$  et du foyer image  $F'$ .

**Exercice II** Bilentilles de Billet (*temps indicatif*  $\approx 1$  h 20 min)

On place une source ponctuelle  $S$ , monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0$  au foyer objet  $F_1$  d'une lentille mince convergente  $L_1$  et d'axe optique  $x'x$ . A quelques centimètres en arrière de cette lentille, on place une seconde lentille convergente  $L_2$ , de même axe optique et de distance focale  $f'_2$ .

- Où se trouve l'image  $S_1$  de  $S$  à travers la première lentille  $L_1$ ?
- Où se trouve l'image  $S'$  de  $S$  à travers l'ensemble  $\{L_1; L_2\}$ ?

On scie maintenant, suivant un plan qui contient l'axe  $x'x$ , la lentille  $L_2$  en deux demi-lentilles identiques notées (A) et (B), dont les axes optiques passent par  $O_2^{(A)}$  et  $O_2^{(B)}$ . On écarte ces deux parties, symétriquement par rapport à l'axe  $x'x$ , d'une distance  $\epsilon$ . L'intervalle entre les deux demi-lentilles est bouché à l'aide d'un cache opaque (cf. schéma).

- Où se trouvent les deux images  $S'_A$  et  $S'_B$  de l'objet  $S_1$  données respectivement par les deux demi-lentilles (A) et (B)?
- Exprimez, en fonction de  $\epsilon$ , la distance  $l = S'_A S'_B$ .

Les images  $S'_A$  et  $S'_B$  sont deux sources ponctuelles secondaires et cohérentes d'un dispositif interférométrique (bi-lentilles de Billet). Le plan d'observation du champ d'interférences est un écran (E) perpendiculaire à l'axe optique en O et situé à la distance D de  $L_2$ .

5. Dessinez, sur le schéma joint, la zone (ou domaine) d'interférences.  
(Attention, le schéma n'est pas à l'échelle, on demande juste un schéma "de principe").
6. Déterminez, en fonction de  $\epsilon$ , la largeur  $\Delta z$  (positive!) du champ d'interférences dans le plan (yOz).
7. Soit M un point de coordonnées (0,y,z) un point de ce champ. Calculez, en fonction de  $\epsilon$ , D,  $f'_2$  et z la différence de marche  $\delta(M) = \delta(z)$  entre deux rayons qui interfèrent au point M sur l'écran (E).
8. Déterminez, en fonction de  $\epsilon$ , D,  $f'_2$  et  $\lambda_0$  l'expression de l'interfrange  $i$ .
9. Applications numériques : on donne  $\lambda_0 = 0.5893 \mu m$  ;  $f'_2 = 25 \text{ cm}$  ;  $\epsilon = 2 \text{ mm}$  ;  $D = 1 \text{ m}$
- Calculez l'interfrange  $i$ .
  - Déduisez-en le nombre  $N$  de franges brillantes visibles dans le champ d'interférences.
  - L'écran (E) est en fait translucide et fin, derrière lequel un observateur peut étudier le champ d'interférences. L'œil, réduit à un point C pour simplifier, est placé sur l'axe  $x'x$  à une distance  $d = \overline{OC} > 0$  de l'écran. Cet œil peut séparer deux points dont la distance angulaire est  $\alpha$  supérieure ou égale à  $\alpha_{min} = 5.10^{-4} \text{ rad}$  ( $\alpha$  est l'angle sous lequel l'œil observe, depuis C, les deux points). Calculez la valeur maximale  $d_{max} = \overline{OC}_{max}$  au-delà de laquelle l'œil placé en C ne parvient plus à distinguer deux points de l'écran, proches de O, et séparés d'un interfrange  $i$ .
10. La lumière émise par la source S est en réalité un doublet constitué de deux longueurs d'onde  $\lambda_1 = 0.5890 \mu m$  et  $\lambda_2 = 0.5896 \mu m$ , d'intensités identiques.
- Quelle est la "couleur" de la source ?
  - Montrez que l'intensité résultante en un point M du champ d'interférences est donnée par

$$I(z) = 4I_0 \left( 1 + V \cos \left[ \frac{2\pi\delta(z)}{\lambda_{moy}} \right] \right)$$

avec  $\delta(z) = \delta(M)$  la différence de marche au point M considéré,  $\lambda_{moy}$  la longueur d'onde moyenne des deux longueurs d'onde, et V une fonction à déterminer.

- Dessinez l'allure de la fonction  $I(z)$  ainsi obtenue.
- Au bout de combien d'interfranges, comptés à partir de l'origine O, les deux systèmes d'interférences devraient-ils se brouiller, c'est-à-dire lorsqu'une première coïncidence, entre une frange sombre d'un système (par exemple celui donné par  $\lambda_1$ ) et une frange brillante de l'autre (donné par  $\lambda_2$ ), se produit ?
- Peut-on observer ce phénomène avec le dispositif étudié ici ?

On donne :  $\cos a + \cos b = 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \cos \left( \frac{a-b}{2} \right)$

Numéro d'anonymat :

