Université de Bourgogne, U.F.R. des Sciences et Techniques, année 2017-2018.
L1, Mathématiques pour l'Informatique et l'Électronique II - MaIE2A. – session 2

Examen du 21 juin 2018, 8h-10h, session 2.

Les documents, les calculatrices et tout objet électronique ne sont pas autorisés. Les exercices sont indépendants. Toutes vos réponses doivent être justifiées.

Exercice 1.

1. Déterminer si la suite $\left(\frac{n+1}{n}\right)_{n\geqslant 1}$ est monotone ou non.
2. Trouver la limite : $\lim_{n\to+\infty} \frac{n+2n^3+3n^5}{4n+5n^4+6n^5}$.
3. Trouver la limite : $\lim_{n\to+\infty} \frac{7^{n+1}}{8^n}$.
4. Trouver la limite : $\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin^2 n}{n}$.

Exercice 2. Calculer les sommes suivantes :

1. $\sum_{k=1}^{19}(2k-20)$.
2. $\sum_{k=0}^{n} 2^{3k+2}$.
3. $\sum_{k=0}^{\infty} 2^{-3k+2}$.

Exercice 3. On considère la relation de récurrence

$$s_{n+2} = 4s_{n+1} - 3s_n. \tag{1}$$

1. Trouver deux suites géométriques qui satisfont à (1).
2. Donner le terme général de la suite (s_n) définie par la relation de récurrence (1) et les conditions $s_0 = s_1 - 2$, $s_2 = 9$.

Exercice 4. En faisant des opérations élémentaires sur les équations du système ci-dessous, le transformer en un système équivalent échelonné réduit. Donner alors l'ensemble de ses solutions.

$$\begin{cases} x+2y+z+w &= 5 \\ x+w &= 1 \\ 4x-2y-z+4w &= 0 \end{cases}$$

Exercice 5. Montrer que les matrices A et B commutent :

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Exercice 6. Calculer l'inverse A^{-1} de la matrice suivante :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Vérifier, en calculant AA^{-1}.

Exercice 7. Écrire l'application linéaire $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ donnée par la réflexion par rapport à l'axe des ordonnées du plan. Écrire la matrice associée.

Exercice 8. Indiquer si le sous-ensemble V de $\mathbb{R}^3$ est ou non un sous-espace vectoriel. Justifier votre réponse.

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \text{ tels que } x_1 + x_2 + 1 = 0 \right\}$$

Exercice 9. Soit $S \subset \mathbb{R}^4$ l'ensemble des solutions du système linéaire homogène

$$\begin{cases} x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 = 0 \end{cases}.$$

Montrer que S est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$. Écrire des générateurs pour S.