

L1

MaPC1A - Contrôle terminal
Session de Juin 2018 - 2 heures

Exercice 1. Calculer la dérivée $f'(x)$ des fonctions suivantes :

$$f(x) = x^2 + 2x + 1, \quad f(x) = \sin(x^2),$$

$$f(x) = e^x \ln x, \quad f(x) = \frac{x^2}{\cos x},$$

$$f(x) = x \ln x, \quad f(x) = x^x.$$

Exercice 2. Considérer la fonction $f(x) = e^x(x^3 - 3x^2 + 5x - 5)$.

1. En calculer la dérivée.
2. En trouver les maxima et les minima relatifs.
3. En calculer les limites pour $x \rightarrow \pm\infty$.
4. En tracer le graphe.

Exercice 3. Calculer les intégrales indéfinies (c'est à dire les primitives) suivantes par calcul direct :

$$\int (x^4 + x^2 + x) dx, \quad \int e^{-x} dx.$$

Exercice 4. Calculer les intégrales indéfinies (c'est à dire les primitives) suivantes par changement de variable :

$$\int x \cos(x^2 + 1) dx, \quad \int \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 2} dx.$$

Exercice 5. Calculer les intégrales indéfinies (c'est à dire les primitives) suivantes à l'aide de l'intégration par parties :

$$\int x^2 \ln(x) dx, \quad \int x \sin(x) dx.$$

Exercice 6. Calculer les intégrales définies suivantes

$$\int_{-2}^1 e^{2x} dx, \quad \int_0^1 \frac{x^2 + 1}{x^3 + 3x + 2} dx.$$

Exercice 7. Calculer les développements limités $T_3(x)$ (polynômes de Taylor) à l'ordre 3 en $x_0 = 0$ des fonctions suivantes :

$$f(x) = \sin(x), \quad f(x) = e^x, \quad f(x) = \cosh(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).$$

Indiquer, pour chaque développement, l'ordre de l'erreur $E(x) = f(x) - T_3(x)$, c'est-à-dire l'entier n pour lequel $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{E(x)}{x^n}$ est finie et non-nulle.

L1