Université de Bourgogne
Licence L1
2017–2018

MaPC1B

2^{nde} session, juin 2018

Aucun document, calculatrice autorisée - 2h

Exercice 1 - Equations différentielles (barème indicatif 6 pts)

Donner la forme $y(x)$ des solutions des équations différentielles suivantes (y' et y'' désignent la dérivée et la dérivée seconde de $y(x)$) :

1. y" + y = 0;
2. y" - 2y' + y = 0;
3. y" + 3y' + 2y = 2;
4. 2y" -2y'- y = 0; Préciser la solution qui respecte les conditions initiales $y(0) = 0$ et $y'(0) = 5$.

Exercice 2 -Dosage acido-basique (barème indicatif 6 pts) On considère la réaction acido-basique

$$CH_3CO_2H + HO^- \rightarrow CH_3CO_2^- + H_2O \tag{1}$$

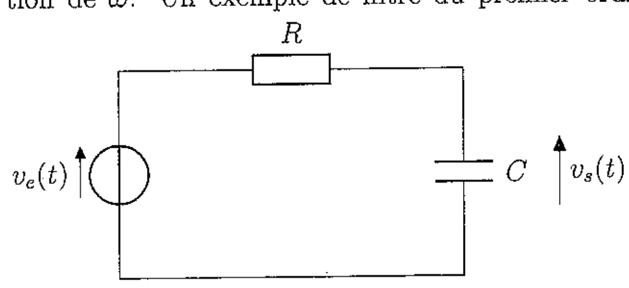
A l'équivalence, on a la relation $C_aV_a = C_bV_b$ où C_a est la concentration de l'acide éthanoïque CH_3CO_2H, V_a le volume initial de la solution d'acide étanoïque. C_b est la concentration de la soude utilisée lors du dosage et V_b le volume versé pour atteindre l'équivalence.

1. Exprimer la concentration C_a en fonction de C_b, V_b et V_a. La calculer.
2. a) Exprimer la différentielle logarithmique dCa/Ca
   b) En déduire l'incertitude relative sur la concentration en acide $\Delta Ca/Ca$. La calculer.
   c) Calculer l'incertitude absolue ΔCa.
   d) Ecrire la concentration en acide avec son incertitude.

Données $C_b = (0{,}100 \pm 0{,}005) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mol} \cdot \mathrm{L}^{-1}$; $V_b = (15{,}2 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{L}$; $V_a = (10{,}0 \pm 0{,}1) \cdot 10^{-3}\,\mathrm{L}$

Exercice 3 -Filtre électronique (barème indicatif 6 pts)

On caractérise généralement un filtre par sa fonction de transfert complexe définie de sorte que la tension de sortie vérifie : $v_s = |\underline{H}(j\omega)| \times v_e$. Le diagramme de Bode consiste à représenter $G(\omega) = 20log[|\underline{H}(j\omega)|]$ (appelé gain en tension) et parfois $arg[\underline{H}(j\omega)|$ en fonction de ω. Un exemple de filtre du premier ordre est donné par le montage RC ci-dessous



Les tensions d'entrée et de sortie sont de la forme :$v_e(t) = V_e \cos \omega t$ et $v_s(t) = V_s \cos(\omega t + \varphi)$. On admet que la fonction de transfert s'écrit

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

Où j désigne le nombre complexe telq ue $j^2 = -1$ car i représente le courant en électronique.

1. Mettre $\underline{H}(j\omega)$ sous la forme

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

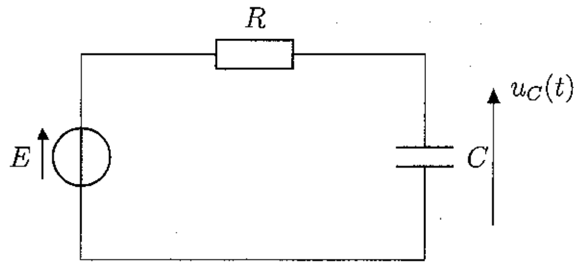
en précisant l'expression de ω_0. Calculer ω_0.

2. a) Donner l'expression du module de la fonction de transfert $G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$
b) Quelle est la limite $\lim\limits_{\omega \to 0} G(\omega)$?
c) Etablir le comportement asymptotique de $G(\omega)$ à l'infini.
d) Que vaut $G(\omega_0)$?

3. Tracer le gain $G(\omega)$ en échelle log-log.

Données $R = 1 \cdot 10^3\,\Omega$; $C = 1 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{F}$

Exercice 4 -Décharge d'un condensateur (barème indicatif 2 pts+ bonus 2 pts)



La tension aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle

$$RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

1. Montrer que la tension aux bornes du condensateur s'écrit $u_C(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ où τ est un paramètre dont on donnera l'expression en fonction de R et C. Rappeler la dimension de τ.

2. **(question bonus)**
a) On définit la durée de la charge Δt par la durée pour atteindre 99% de la tension finale. Exprimer Δt en fonction de τ.
b) $E = 1500$ V; $R = 1.50k\Omega$; $C = 360\,\mu\mathrm{F}$. Que vaut le temps de charge ?