

MATH1A - EXAMEN DE RATTRAPAGE (2h)

Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.

I (10 pts)

On considère la fonction  $f : x \mapsto \exp\left(\frac{1}{x^2+1}\right) \sqrt{x^2+1}$ .

1. (1 pt) Donner le domaine de définition de  $f$ .
2. (1 pt) Etudier la parité de  $f$ .
3. (2 pts) Calculer la dérivée de  $f$ .
4. (2 pts) Etudier les variations de  $f$  (on pourra réduire le domaine d'étude en utilisant les symétries éventuelles du graphe  $\Gamma_f$  de  $f$ ).
5. (2 pts) Calculer le développement généralisé de  $f(x)$  en  $+\infty$  à l'ordre 1.
6. (2 pts) En déduire l'équation d'une droite asymptote à  $\Gamma_f$  au voisinage de  $+\infty$ , et la position de  $\Gamma_f$  par rapport à cette asymptote.

II (6 pts)

On considère la fonction  $f : x \mapsto \frac{x-1}{x^2+x+1}$ .

1. (2 pts) Calculer le développement limité de  $f$  en 0 à l'ordre 2.
2. (3 pts) Calculer les primitives de  $f$ .
3. (1 pt) En déduire la surface  $S = \int_0^1 f(x) dx$ .

III (4 pts)

1. (2 pts) Calculer les primitives de  $f : x \mapsto \cos(x) \cos(2x)$ .
2. (2 pts) Calculer les primitives de  $g : x \mapsto \sin(x) f(x)$ .

1/1