

Session 1

EPREUVE :

**Examen Synthèse d'Image janvier 2018**

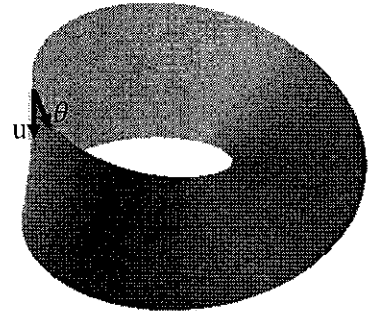
Durée : 1h30

*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.  
 Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.  
 Le barème est donné à titre indicatif.*

N° d'anonymat :

**Partie 1 : Modélisation du ruban de Möbius à partir de sa représentation paramétrique (environ 9 points)**

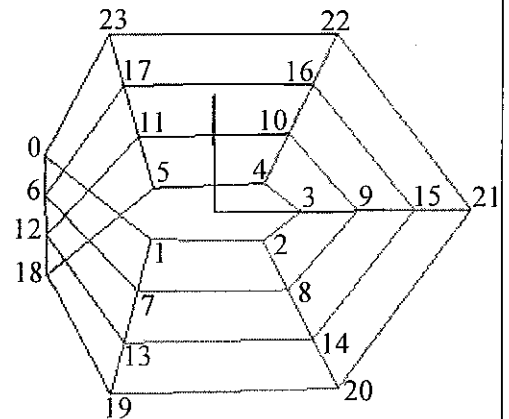
But : Modéliser sous forme de facettes un ruban de Moebius de rayon  $r = 2$  centré en  $(0,0,0)$ .



Le nombre de discrétisation du ruban dans la direction  $u$  est  $Nu$  et dans la direction  $\theta$  est  $N\theta$ . Toutes les faces du ruban sont quadrilatérales.

$$\begin{cases} x(u, \theta) = (r + u \cdot \cos(\theta/2)) \cdot \cos(\theta) \\ y(u, \theta) = (r + u \cdot \cos(\theta/2)) \cdot \sin(\theta) \\ z(u, \theta) = u \cdot \sin(\theta/2) \end{cases} \text{ avec } \begin{matrix} u \in [-1, 1] \\ \theta \in [-\pi, \pi[ \end{matrix}$$

1. Pour  $Nu = 4$  et  $N\theta = 6$ , on obtient le maillage ci-contre. La numérotation des sommets est donnée.



L'indice de boucle sur  $u$  est noté  $i$  et celui sur  $\theta$  est noté  $j$ .

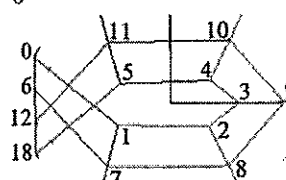
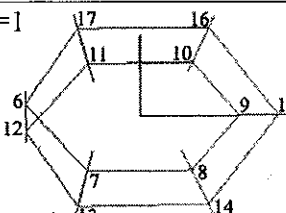
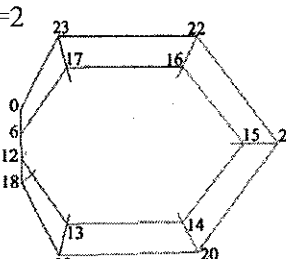
- ✓ Donner le nombre de sommets du ruban en fonction de  $Nu$  et  $N\theta$ .

- ✓ Donner le nombre d'anneaux de faces du ruban en fonction de  $Nu$

- ✓ Donner la longueur des intervalles de  $u$  et  $\theta$ .

- ✓ En déduire les formules des déplacements  $du$  et  $d\theta$  de  $u$  et de  $\theta$  en fonction de  $Nu$  et de  $N\theta$ .

2. Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque  $j$  en fonction de  $Nu$  et  $i$  sans tenir compte des indices des cases grisées.

	Indice face	Indice des points par face				Indices des points de faces en fonction de $j$ , $Nu$ et $N\theta$ <i>Nu et <math>N\theta</math></i>	
		Indice 1 <sup>er</sup> point	Indice 2 <sup>nd</sup> point	Indice 3 <sup>ème</sup> point	Indice 4 <sup>ème</sup> point		
$i=0$ 	0	0	6	7	1		
	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
$i=1$ 							
$i=2$ 							

✓ Toujours sans tenir compte des indices des cases grisées, en déduire une formule générale pour les indices de points par face en fonction de  $Nu$ ,  $N\theta$ ,  $i$  (indice de boucle sur  $u$ ) et  $j$  (indice de boucle sur  $\theta$ ).

✓ Donnez une formula pour les différents niveaux puis générale pour les indices des cases grisées.

	Indice 3 <sup>ème</sup> point	Indice 4 <sup>ème</sup> point
$i=0$		
$i=1$		
$i=2$		
Formule générale		

3. Ecrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres le rayon du ruban,  $u$  et  $\theta$  et qui retourne un point du ruban.

```
class Point{  
public:  
    float x;  
    float y;  
    float z;  
};
```

4. Ecrire l'algorithme pour remplir la liste `pRuban` des coordonnées et la liste `fRuban` des indices de sommets en fonction de  $N_u$  et  $N_\theta$ .

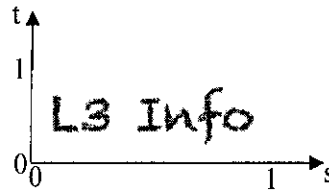
5. Compléter la fonction à 3 paramètres `rubanMoebius(...)` permettant de dessiner une sphère de rayon  $r$  centrée en  $(0,0,0)$  en précisant  $N_M$  et  $N_\theta$ .

```
void rubanMoebius(float r, int NM, int Ntheta){
    float u = 0;
    float theta = 0;
    float du = 2 * M_PI / NM;
    float dtheta = 2 * M_PI / Ntheta;
    for(int i=0; i < NM; i++){
        for(int j=0; j < Ntheta; j++){
            glBegin(GL_QUADS);

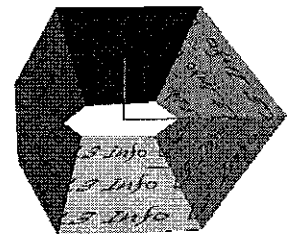
            glVertex3f(r * cos(theta) * cos(u), r * cos(theta) * sin(u), r * sin(theta));
            glVertex3f(r * cos(theta) * cos(u + du), r * cos(theta) * sin(u + du), r * sin(theta));
            glVertex3f(r * cos(theta) * cos(u + du), r * cos(theta) * sin(u + du), r * sin(theta + dtheta));
            glVertex3f(r * cos(theta) * cos(u), r * cos(theta) * sin(u), r * sin(theta));
            glEnd();
            theta += dtheta;
        }
        u += du;
    }
}
```

**Exercice 3 : Textures (environ 2 points)**

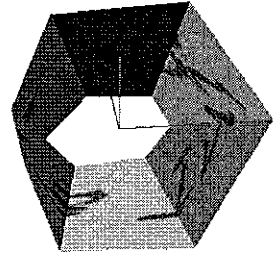
On utilise les textures ci-contre.



1. Modifier la fonction `rubanMoebius(...)` pour plaquer la texture L3Info sur chaque facette.



2. Modifier la fonction `rubanMoebius(...)` pour découper la texture L3Info afin de l'enrouler sur le ruban.



**Partie 2 : Transformations (environ 5 points)**

Soit une transformation  $M$  composée d'une translation  $T$  de vecteur  $(0,2,0)$  suivie d'une rotation  $R$  d'axe  $z$  et d'angle  $270^\circ$ .

1. Donner l'expression de cette translation et de cette rotation sous la forme de matrices homogènes  $T$  et  $R$ .

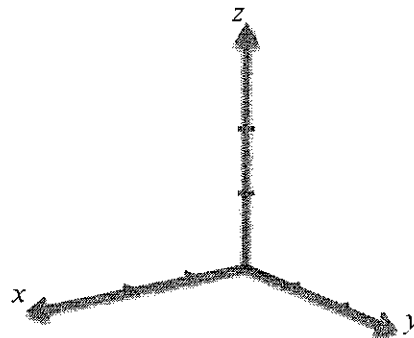
2. Calculer  $T$  et  $R$ .

3. Donner l'expression de cette transformation sous la forme d'une matrice homogène  $M$  en fonction des matrices  $T$  et  $R$ .

4. Calculer  $M$ .

5. Soit  $P$  le point de coordonnées  $(1,0,0,1)$ . Donner les coordonnées du point  $P'$  image de  $P$  par la transformation  $M$  (toujours en coordonnées homogènes).

6. Placer  $P$  et  $P'$  dans le repère suivant :



**Partie 3 : Cours (environ 6 points) Ecrire la réponse dans les cadres.**

**Question 1 :**

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Question 2 :**

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Question 3 :**

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Question 4 :**

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre> class Point{ public:     double x,y,z; };  void dessin() {     Point V[10];     glColor3f(0.0,0.0,1.0);     glBegin(GL_QUADS);     {         for(int i=0;i&lt;10;i++)             glVertex3f(V[i].x,V[i].y,V[i].z);     }     glEnd(); }                 </pre>	

**Question 5 :**

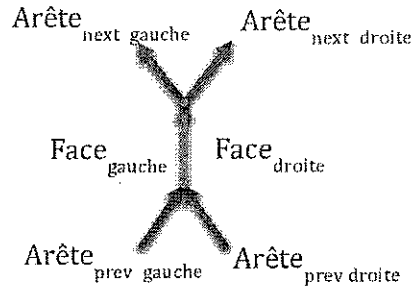
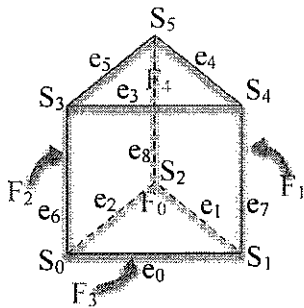
Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre> glEnable(GL_TEXTURE_2D); glBegin(GL_QUADS);     glTexCoord2f(1/2,0);     glVertex2f(x1,y1);     glTexCoord2f(1,0);     glVertex2f(x2,y1);     glTexCoord2f(1,1);     glVertex2f(x2,y2);     glTexCoord2f(1/2,1);     glVertex2f(x1,y2); glEnd();                 </pre>	

Question 6 :

Considérons un ruban de möbius composé à l'aide d'un matériau donné. Le pourcentage de chaque composante réfléchi par ce matériau est :  $R=75\%$ ,  $V=50\%$  et  $B=75\%$ . Si le ruban de möbius est éclairé avec la lumière bleue suivante  $R=1/2$ ,  $V=1/2$  et  $B=3/4$ , calculer les valeurs de  $R$ ,  $V$  et  $B$  du rayon de couleur réfléchi par le ruban de möbius. Donner la couleur du ruban de möbius dans ces conditions.

Question 7 : Structure Winged-edge



Remplir le tableau ci-dessous pour donner la description Winged Edge des arêtes du prisme ci-dessus.

Liste des arêtes								
Arête Sommet	Sommet début	Sommet fin	Face gauche	Face droite	Arête prev gche	Arête next gche	Arête prev dte	Arête next dte
$e_0$								
$e_1$								
$e_2$								
$e_3$								
$e_4$								
$e_5$								
$e_6$								
$e_7$								
$e_8$								