L3 Phys. PFA

# CE - Physique de la matière condensée - Mai 2019

## Question 1 – Théorie de la diffraction (20 pts)

a. Donnez la définition d'un vecteur **G** du réseau réciproque d'un cristal à 3D.
b. Donnez les formules des vecteurs primitifs $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ associés à un réseau de Bravais direct d'un cristal décrit par les vecteurs $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$ et $\mathbf{a}_3$.
c. Calculez les vecteurs $\mathbf{b}_1$, $\mathbf{b}_2$, $\mathbf{b}_3$ du cristal de diamant (paramètre cristallin a=0.356 nm à 300K).
d. Démontrez la loi de diffraction de Laue.

## Question 2 – Rayon de giration d'un polymère (4 pts)

Le rayon de giration d'un polymère homogène est défini par la relation suivante :

$$Rg^2 = \frac{1}{2(n+1)^2}\sum_{i=0}^{n}\sum_{i=0}^{n}\langle|\boldsymbol{R}_i - \boldsymbol{R}_j|^2\rangle$$

où n+1 est le nombre de monomères et $\boldsymbol{R}_i$ est la position du monomère i.

<u>En utilisant le modèle des segments librement joints</u>, répondez aux questions suivantes.

a) Ecrire la formule du facteur de structure S(**q**) du polymère.
b) En utilisant la définition de *Rg* ci-dessus en déduire la relation entre S(**q**) et *Rg* et expliquez comment cette relation peut être exploitée pour mesurer *Rg*.

## Question 3 – Statistique de Planck (16 pts)

a. Démontrez la loi de Planck pour un gaz de photons dans une cavité en équilibre thermique à la température *T*.
b. On considère un corps noir modélisé par une cavité fermée de volume V percée d'un trou et en équilibre thermique avec un thermostat à la température *T*.
   - Démontrez que la densité d'état des modes de pulsation ω (de fréquence ν=2π/ω) et d'énergie $\varepsilon = \hbar\omega$ est donnée par la formule suivante :

$$\rho(\varepsilon) = \frac{V}{\hbar^3\pi^2c^3}\varepsilon^2$$

   Pour rappel la relation de dispersion des ondes électromagnétiques dans le vide est ω=kc où c est la vitesse de la lumière et k le module du vecteur d'onde de l'onde électromagnétique et $\rho(\varepsilon)d\varepsilon$ est le nombre de photons d'énergie comprise entre $\varepsilon$ et $\varepsilon + d\varepsilon$.
   - L'énergie totale des photons est $U(T) = \int_0^\infty d\varepsilon\, u(\varepsilon, T)$. Démontrez la formule donnant la densité d'énergie $u(\varepsilon, T)$.
   - Discutez du résultat $u(\varepsilon, T)$ par rapport aux résultats classiques (Wien et Rayleigh-Jeans).