

Session 2

EPREUVE :

Examen Synthèse d'Image juin 2019

Durée : 1h30

*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.
Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.
Le barème est donné à titre indicatif.*

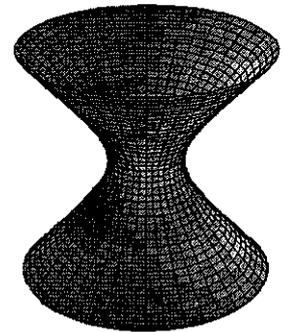
N° d'anonymat :

Exercice 1 : Hyperboloïde de révolution en facettes (13 points)

On veut modéliser en facettes un hyperboloïde de révolution de rayon minimum r , de hauteur h et centré en 0.

L'équation paramétrique d'un tel hyperboloïde est donnée par :

$$\begin{cases} x = r \cdot \sqrt{1 + u^2} \cdot \cos(v) \\ x = r \cdot \sqrt{1 + u^2} \cdot \sin(v) \\ z = c \cdot u \end{cases} \quad \begin{matrix} u \in \left[-\frac{h}{2}, \frac{h}{2}\right] \\ v \in [0, 2\pi] \end{matrix}$$



Soient m le pas de discrétisation pour u et n le pas de discrétisation pour v . La variable de boucle sur m est notée i et celle sur n est notée j .

Les indices des points des facettes sont toujours donnés dans le sens trigonométrique en se plaçant à l'extérieur de l'hyperboloïde.

✓ Donner la longueur des intervalles de u et v .

1. Discrétisation de l'hyperboloïde avec $m = 4$ et $n = 6$.

✓ Pour chaque intervalle discrétisé, dessiner l'intervalle, placer les points sur l'intervalle et compter le nombre de secteurs (parties).

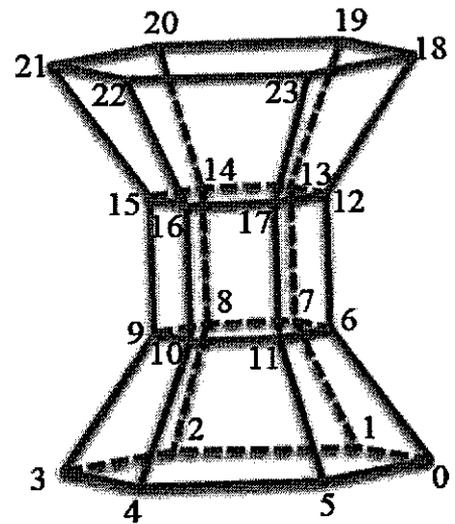
1/8

Licence 3 Informatique, Synthèse d'Images juin 2019, S. Lanquetin
 Pour $m = 4, n = 6, r=1, c=1$ et $h=3$, on obtient le maillage ci-contre.
 La numérotation des sommets est donnée.

L'indice de boucle sur u est noté i et celui sur v est noté j .

- ✓ Donner le nombre de sommets et de faces de l'hyperboloïde en fonction de m et n .

- ✓ En déduire les formules des déplacements du et dv de u et de v en fonction de m et de n .



2. Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque i en fonction de j, m et n .

	Indice face	Indice des sommets par face				Indices des sommets d'une face en fonction de j, m et n .
		Indice 1 ^{er} sommet	Indice 2 nd sommet	Indice 3 ^{ème} sommet	Indice 4 ^{ème} sommet	
	0	0	1	7	6	
	1					
	2					
	3					
	4					
	5					

- ✓ En déduire une formule générale pour les indices de sommets par face en fonction de m, n, i (indice de boucle sur u) et j (indice de boucle sur v).

Indice 1 ^{er} sommet	
Indice 2 ^{ème} sommet	
Indice 3 ^{ème} sommet	
Indice 4 ^{ème} sommet	

- ✓ Donner l'indice d'une face en fonction de m, n, i (indice de boucle sur u) et j (indice de boucle sur v).

3. Écrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres r , c , h , u et v et qui retourne un sommet de l'hyperboloïde.

```
class Point{  
public:  
    float x;  
    float y;  
    float z;  
};
```

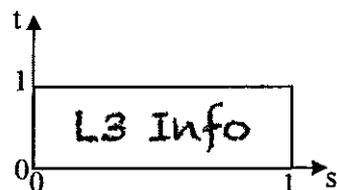
4. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `pHyper` des coordonnées et la liste `fHyper` des indices de sommets en fonction de m et n .

5. Compléter la fonction `hyperboloide(...)` permettant de dessiner une hyperboloïde de paramètres r , c , h en précisant m et n .

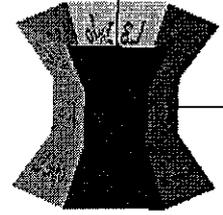
```
void hyperboloide(float r, float c, float h, int m, int n){
```

```
}
```

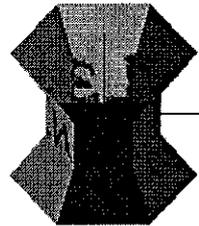
6. On utilise la texture ci-contre.



- ✓ Modifier la fonction `hyperboloïde(...)` pour plaquer la texture L3Info sur chaque facette.



- ✓ Modifier la fonction `hyperboloïde(...)` pour découper la texture L3Info afin de l'enrouler sur l'hyperboloïde.



Partie 2 : Transformations (environ 7 points)

Soit une mise à l'échelle S de facteur $\frac{1}{2}$, une translation T de vecteur $(2,0,0)$ et une rotation R de 90° par rapport à l'axe z .

1. Donner l'expression de cette rotation et de cette translation sous la forme de matrices homogènes S , T et R puis calculer S , T et R .

Soit une transformation composée d'une mise à l'échelle de facteur $\frac{1}{2}$ puis d'une rotation d'angle 90 autour de l'axe z et enfin d'une translation de vecteur $(2,0,0)$. La matrice correspondante est notée T_1 .

Soit une transformation composée d'une translation de vecteur $(2,0,0)$, d'une mise à l'échelle de facteur $\frac{1}{2}$ puis d'une rotation d'angle 90 autour de l'axe. La matrice correspondante est notée T_2 .

2. Donner T_1 et T_2 en fonctions des matrices de la question 1.

Produit de matrice correspondant à T_1	Produit de matrice correspondant à T_2

3. Calculer l'image du point $(0,0,0,1)$ par ces transformations.

Image du point $(0,0,0,1)$ par T_1

Image du point $(0, 0, 0, 1)$ par T_2

4. Calculer l'image du point suivant par ces transformations.

- ✓ Pour $r = 1$, $c=1$ et $h = 2$, donner les coordonnées du point d'indice 18 de la question 1 de l'exercice 1.

Image du point P_{18} par T_1

Image du point P_{18} par T_2

5. On applique maintenant les deux transformations T_1 et T_2 à l'hyperboloïde ainsi modélisé, dessiner l'hyperboloïde dans les repères correspondants.

Appliquer T_1 à l'hyperboloïde	Appliquer T_2 à l'hyperboloïde
