

MATH1A - EXAMEN (2h)

Les trois problèmes sont indépendants, vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous souhaitez.

I (10 pts)

On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{x^2 + x + 2}{\sqrt{x^2 + x + 1}}$.

- (1 pt) Donner le domaine de définition de f .
- (1 pt) Montrer que le graphe Γ_f de f est symétrique par rapport à la droite d'équation $\left\{ x = -\frac{1}{2} \right\}$.
- (2 pts) Calculer la dérivée de f .
- (2 pts) Etudier les variations de f (on pourra réduire le domaine d'étude en utilisant les symétries du graphe Γ_f).
- (2 pts) Calculer le développement généralisé de $f(x)$ en $+\infty$ à l'ordre 1.
- (2 pts) En déduire l'équation d'une droite asymptote à Γ_f au voisinage de $+\infty$, et la position de Γ_f par rapport à cette asymptote.

II (6 pts)

On considère la fonction $g : x \mapsto \frac{3x + 1}{x^2 + 4x + 5}$.

- (2 pts) Calculer le développement limité de g en 0 à l'ordre 2.
- (3 pts) Calculer les primitives de g .
- (1 pt) En déduire la surface $S = \int_0^1 g(x) dx$.

III (5 pts)

- (2 pts) Calculer les primitives de $x \mapsto \frac{1 + \cos(x)}{x + \sin(x)}$.
- (3 pts) Calculer les primitives de $x \mapsto \frac{\ln(\ln(x))}{x}$.