Université de Bourgogne
Année universitaire : 2022/2023

L3 SPI électronique

Examen de d'Automatique/Robotique

Durée : 2H.
Documents autorisés.

Exercice 1

Soit le système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1^3 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 = -5x_1 \end{cases} \qquad (1)$$

1) Trouver le point de fonctionnement (x_1^*, x_2^*, u^*) du système. Vérifier que le triplet $(x_1^*, x_2^*, u^*) = (0, 3, -6)$ correspondant à un point de fonctionnement.
2) Démontrer que la linéarisation du système (1) autour du point de fonctionnement (0, 3, -6) donne le système linéaire suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta x}_1 \\ \dot{\delta x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta x_1 \\ \delta x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \delta u \qquad (2)$$

Nous pouvons écrire le nouveau système linéarisé sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -5 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} U \qquad (3)$$

Où $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ est le nouveau vecteur de variables d'état et U est la nouvelle commande.

3) Analyser la stabilité du système (3) en calculant ses valeurs propres.
4) Trouver le gain $K = [k_1 \quad k_2]$ de la commande u=-KX qui stabilise le système (3). Les pôles désirés du système stabilisé sont (-3, -2).

Concernant la sortie (mesure) du système, nous avons 2 cas : a) $Y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X_1$

b) $Y = \dfrac{X_2}{10}$

5) Analyser l'observabilité du système dans les deux cas.
6) concevoir un observateur de Luenberger pour le cas (a). Les pôles désirés de l'observateur sont (-4, -3). Le choix de ces pôles par rapport à la commande précédente est-il judicieux ? Justifier.

Exercice 2

Soit le système linéaire suivant :

$$\dot{X}(t)=\begin{bmatrix}\dot{X}_1(t)\\ \dot{X}_2(t)\\ \dot{X}_3(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & -2 & 0\\ 0 & 0 & 5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}X_1(t)\\ X_2(t)\\ X_3(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\ 0\\ 0\end{bmatrix}U(t) \qquad (4)$$

1) Est ce que la variable $X_2(t)$ est commandable ? Justifier.

2) Donner l'expression de la solution de la variable $X_2(t)$ dans le cas d'une entrée quelconque, un $t_0=0$ et un état initial $X(t_0)=\begin{bmatrix}1\\ 2\\ 3\end{bmatrix}$.

3) Est ce que la variable $X_2(t)$ est stable ? justifier.

4) Donner la solution $X_1(t)$ dans le cas : $U(t)=\begin{cases}1 & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$ (5)

5) Donner la solution $X_2(t)$ dans le cas discret pour une période d'échantillonnage T_e.