

ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES ORDINAIRES

ÉVALUATION TERMINALE PREMIÈRE SESSION

Durée : 1H50

Documents autorisés : reproduction papier des
diapositives de cours et notes manuscrites
personnelles

Liminaires

Inventez un numéro d'anonymat constitué de trois lettres et trois chiffres tous différents que vous reporterez sur votre copie d'examen et sa feuille annexe ainsi que les éventuelles feuilles intercalaires.

Si vous utilisez des feuilles intercalaires, numérotez 1R le recto de la première et 1V son verso, 2R le recto de la deuxième et 2V son verso, etc... Reportez, dans la case prévue à cet effet sur la copie double, le nombre d'intercalaires utilisées sans compter la feuille annexe.

Si vous êtes amené à utiliser à plusieurs reprises des méthodes numériques propres à un domaine particulier, il vous est demandé de montrer l'étendue de vos connaissances en variant les méthodes employées.

1 Questions de cours

1.1 Questionnaire simple

15

Donnez une réponse courte (un mot, une phrase ...) aux questions suivantes.

1.1.1 Quel est l'ordre du modèle SIR ?

1.1.2 Quelles sont les limites du type *integer* ?

1.1.3 Quelle est la condition d'existence d'une racine de la fonction $f(x)$ dans l'intervalle $[x_G, x_D]$?

20

1.1.4 Quelle astuce algorithmique permet de réutiliser les calculs antérieurs lors des itérations de la méthode des trapèzes ?

1.1.5 Quelle est la formulation discrète de la méthode d'EULER pour la résolution des équations différentielles ordinaires ?

25

1.1.6 Présentez succinctement la méthode LU.

1.1.7 À quel type de problèmes appartient l'« équation » $A\vec{x} = \vec{b}$ où A est une matrice ?

30

1.1.8 Dans quel domaine scientifique est utilisé le modèle SIR ?

1.1.9 Quel est l'intérêt de la méthode de décomposition LU sur la méthode de GAUSS ?

1.1.10 Existe-t-il des méthodes analytiques de recherche des racines de polynômes à une inconnue de degré 7 ?

35

1.1.11 Qu'est ce qui différencie la méthode des trapèzes de la méthode de SIMPSON ?

1.1.12 Peut-on utiliser la fonction exponentielle dans le cadre d'une approximation linéaire ?

1.1.13 À quelle méthode numérique ne relevant pas de l'intégration fait appel la méthode de ROMBERG ?

40

1.1.14 Citez deux méthodes de résolution d'équations non linéaires.

1.2 Règle et crayon

45 Reportez, sur la feuille annexe, les trois premières positions, notées $X_F^{\{0\}}$, $X_F^{\{1\}}$ et $X_F^{\{2\}}$, de la recherche du zéro de la fonction $f(x)$ par la méthode de la *fausse position*.

2 Programmation : des fleurs ...

50 On considère une île isolée sur laquelle n'existe qu'une seule espèce A de fleur, auto-fécondée par le vent.

La population $F_A(t)$ de cette fleur est régie par l'équation différentielle ordinaire suivante :

$$\dot{F}_A(t) = aF_A(t)\sqrt{F_A(t)}\left(1 - \frac{F_A(t)}{b}\right) - cF_A(t)$$

avec :

- $a = 0.004$

- $b = 10000.0$

- $c = 0.02$

- $F_A(0) = 100.0$

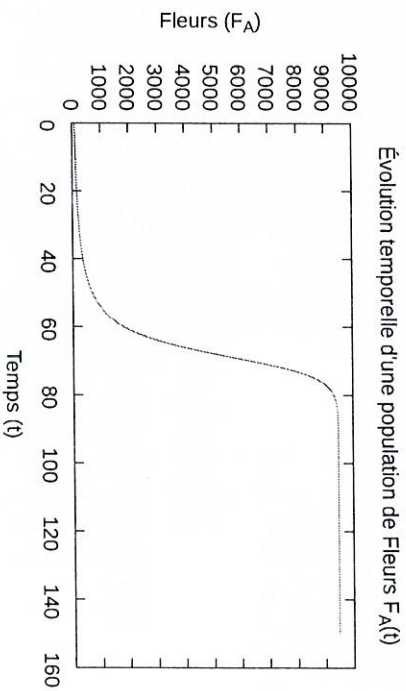
55 L'unité de temps est l'année.

2.1 Évolution

Écrivez le programme C qui permet de tracer avec un logiciel de tracé de courbe tel que gnuplot l'évolution temporelle $F_A(t)$ de la population de fleurs.

2.2 Asymptote

60 La courbe $F_A(t)$, obtenue dans le paragraphe précédent et représentée ci-après, possède une asymptote à l'infini.



À quelle valeur spécifique de $F_A(t)$ correspond cette asymptote ?

65 Écrivez le programme C qui permet de calculer numériquement¹ cette asymptote.

¹ et non analytiquement...