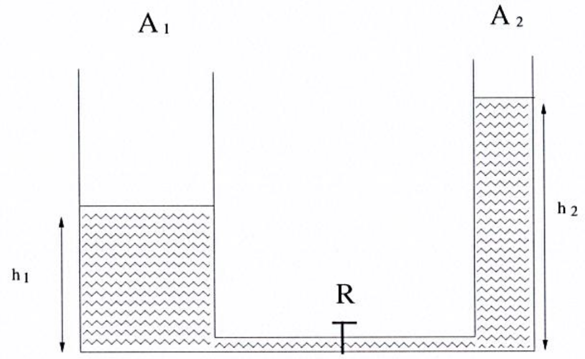
Contrôle de Mécanique des fluides - Session 1

16 Mai 2023 – durée : 2 heures – calculatrices non programmables autorisées

Exercice 1 (8 pts)

Deux vases A_1 et A_2 (ouverts à la pression atmosphérique) de sections $S_1 = 50\ cm^2$ et $S_2 = 10\ cm^2$, dont les bases sont dans un même plan horizontal, communiquent par un tube fin de volume négligeable, muni d'un robinet R initialement fermé.



A.N. : $\rho_{alcool} = 0.79\ 10^3\ \ kg.m^{-3}$, $\rho_{Hg} = 13.6\ 10^3\ \ kg.m^{-3}$

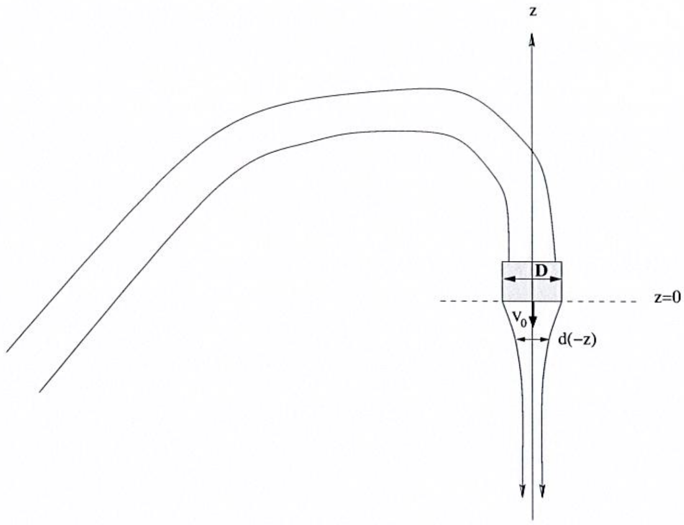
1. On verse un litre de mercure dans le vase A_1 et 0,5 litre de mercure dans le vase A_2. Quelles sont les hauteurs h_1 et h_2 du mercure dans les vases ?
2. Lorsqu'on ouvre le robinet, **après retour à l'équilibre**, on note x_1 et x_2 les valeurs algébriques des déplacements **des deux surfaces libres du mercure** dans les vases A_1 et A_2 respectivement. Faire un schéma et écrire les deux équations liant x_1 et x_2 (Indication : écrire les volumes déplacés après l'ouverture du robinet). Déterminez les expressions de x_1 et x_2 et faire les applications numériques.
3. Le robinet étant toujours ouvert, on verse maintenant 1,5 litres d'alcool dans le vase A_1 (le mercure et l'alcool sont non miscibles). On note maintenant y_1 et y_2 **les déplacements des surfaces du mercure** et H_1 **la hauteur de la colonne d'alcool**.

   À l'équilibre :

   — faire un nouveau schéma représentant les fluides et les différentes cotes utiles. Calculer H_1.
   — Donner la relation liant y_1, y_2, S_1 et S_2.
   — déterminer le déplacement y_2 du mercure dans le vase A_2 et faire l'application numérique. En déduire y_1.
   — déterminer la différence de niveau d entre la surface libre d'alcool dans le vase A_1 et la surface libre de mercure dans le vase A_2.

Exercice 2 (3 pts)

On étudie dans cet exercice le filet d'eau issu d'un robinet (voir figure). L'eau sort du robinet à la vitesse V_0 constante depuis l'embout circulaire du robinet de diamètre D situé à $z = 0$. L'écoulement est supposé permanent et l'eau est considérée comme un fluide parfait incompressible. Le filet d'eau sort à la pression atmosphérique notée P_0.

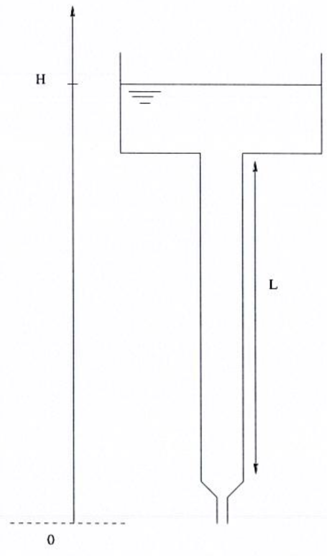


En appliquant la conservation du débit et le théorème de Bernoulli entre deux points judicieusement choisis, déterminez l'expression $d(-z)$ du diamètre du filet d'eau en fonction de V_0, D, g et z. Vérifiez que le diamètre diminue quand z augmente.

Indication : $d(-z)$ correspond au diamètre d à la cote $-z$ puisque l'axe $\vec{z}$ est verticale ascendant.

Exercice 3 (4 pts)

Un grand réservoir, de surface libre située à une hauteur $H = 2.5\ m$ constante, alimente une conduite de diamètre $D = 10\ cm$ et de section S qui se termine par un rétrécissement de section s et de diamètre $d = 3\ cm$. Le fluide est considéré incompressible et l'écoulement stationnaire.



1. En supposant le fluide parfait, déterminez l'expression de la vitesse de sortie V_S et sa valeur numérique arrondie au 1/10. (prendre $g = 9.81\ m.s^{-2}$).
2. En prenant en compte des pertes de charge linéaires dans la conduite verticale de longueur de longueur $L = 2\ m$ (coefficient de perte de charge $\Lambda = 0.04$) et à la sortie au niveau du rétrécissement (coefficient de perte de charge $\xi_R = 0.5$) calculer la nouvelle vitesse de sortie V_S' (On négligera les pertes de charge éventuelle dans le réservoir et au niveau du rétrécissement entre le réservoir et la conduite).
3. Calculez la hauteur H' (arrondie au 1/10) nécessaire pour avoir $V_S' = V_S$.

Exercice 4 (5 pts)

On étudie l'écoulement plan d'un fluide parfait incompressible et irrotationnel dont le potentiel des vitesses en un point $M(r, \theta)$ dans le plan Oxy s'écrit :

$$\phi(r, \theta) = Ar^2 cos\,(2\theta)$$

où r et θ désignent les coordonnées polaires.

1. Calculer les composantes v_r et v_θ du champ des vitesses et montrer que le module de la vitesse ne dépend que de la variable r.
2. Vérifier que l'écoulement est incompressible.
3. Déterminer la fonction de courant $\Psi(r, \theta)$ de cet écoulement (on prendra la constante d'intégration nulle).
4. Déterminer les deux plus petites valeurs de θ pour lesquelles on a $\Psi = 0$. En considérant que les lignes de courant $\Psi = 0$ correspondent à la surface d'un obstacle, à quoi correspond cet écoulement ?