

Session 2- Vendredi 9 juin 2023 (60 min.)

Document recto-verso - 2 exercices à traiter - Calculatrices autorisées

Exercice 1 : Méthode de Newton

Rappel

La méthode de Newton est une méthode numérique itérative utilisée pour résoudre une équation non linéaire du type $f(x) = 0$. Elle utilise la propriété de dérivabilité de la fonction f et est définie par la suite numérique suivante :

$$\begin{cases} x_0 \text{ donné} \\ x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \end{cases}$$

La racine vraie de l'équation, nommée ici α , est obtenue théoriquement qu'après un nombre infini d'itérations.

Questions de cours

1. Décrire par un schéma le calcul des itérations successives par la méthode de Newton.
2. Quel est le test d'arrêt sur cette méthode si on recherche la solution de l'équation $f(x) = 0$ avec une certaine tolérance ϵ ?
3. Citer une autre méthode permettant de résoudre ce type d'équations.
4. Soit $\tilde{\alpha}$ la valeur numérique approchée de la racine vraie α . Rappeler les définitions de l'erreur absolue e_{abs} et relative e_{rel} en fonction de α et $\tilde{\alpha}$.

Application

On cherche à déterminer une valeur approchée de $\sqrt{2}$ par la méthode de Newton. Pour cela, on cherche à résoudre numériquement l'équation $x^2 - 2 = 0$.

1. A partir de la formule de récurrence donnée ci-dessus, montrer que :

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{2}{x_i} \right)$$

2. Calculer numériquement les 3 premiers termes de la suite x_1, x_2, x_3 en partant de $x_0 = 2$. Vous donnerez pour chaque itération la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-3} près.
3. Calculer l'erreur absolue pour chacun des termes $|x_i - \sqrt{2}|$.
4. Enfin, montrer que l'algorithme se généralise pour calculer $\sqrt[N]{a}$ tel que :

$$x_{i+1} = \frac{1}{N} \left[(N-1)x_i + \frac{a}{x_i^{N-1}} \right]$$

Exercice 2 : Programmation

Soit $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_N)$ un ensemble de N valeurs données. La moyenne M_Y , la variance V_Y et l'écart-type S_Y sont calculées numériquement à partir des formules suivantes :

$$M_Y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N Y_k \quad ; \quad V_Y = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (Y_k - M_Y)^2 \quad ; \quad S_Y = \sqrt{V_Y}$$

1. Écrire une fonction MATLAB/Octave qui retourne ces 3 paramètres statistiques M_Y , V_Y et S_Y à partir de l'ensemble des valeurs Y_i . Cette fonction MATLAB/Octave appelée `stat` aura pour en-tête :

```
function [MY,VY,SY]=stat(Y)
...
end
```

L'input (entrée) de cette fonction `stat` est le vecteur Y contenant les N valeurs et les outputs (sorties) sont respectivement la moyenne M_Y , la variance V_Y et l'écart-type S_Y .

N.B : L'utilisation de fonctions MATLAB/Octave existantes telles que `sum`, `mean` et `var` n'est pas autorisée.

2. Écrire le code correspondant à la partie TEST sur le jeu de données suivant : $Y = 12, 8, 9, 14, 17, 16$.

N° d'anonymat :

Université de Bourgogne
Licence L2 – 2022-2023

Départements de Physique et de Chimie
Physique et Chimie sur ordinateur

Examen 2^{ème} Session de IsPC4a
9 juin 2023 – durée 1H00

Questions à 0.5 pt (Total : _____ / 6 pts)

Donnez les commandes Matlab pour :

1) Créer le vecteur **a** comportant 6 points équidistants dans l'intervalle [21,22]

2) Enregistrer la longueur du vecteur **b**=[10 15 20 25 30 35] dans la variable **long**.

3) Afficher la longueur du vecteur **b** sous la forme « Le vecteur contient ... elements » ou les ... seront remplacés par la valeur enregistrée dans la variable **long**.

4) Calculer le produit scalaire de **a** et **b** en utilisant une boucle **for**

5) Calculer le produit scalaire de **a** et de **b** d'une seconde manière

6) Concaténer (c-a-d mettre bout à bout) le contenu du vecteur **a** et du vecteur **b** dans un nouveau vecteur **c**

7) Créer une matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

8) Extraire la deuxième ligne de M

9) Extraire la troisième colonne de M

Indiquez pour chacune des opérations ci-dessous, ce que vaut la matrice D :

10) $D=M'$;

$$D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

11) $D=\text{eye}(3,3).*M$;

$$D = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

12) Soit les deux instructions : $x=-\pi:0.1:\pi$;
 $y=\cos(x)>0$;

Que contient la variable y ?

Questions à 1 points (Total : _____ / 5 pts)

13) On veut vérifier si le contenu de la variable nb est dans l'intervalle [-5,6]. Compléter le test:

```
if _____  
    disp('nb est dans l'intervalle') ;  
end
```

14) Transformez la boucle for suivante en une boucle while

```
for i=10:2:25
    a=2*i+1
end
```

15) La formule de conversion des températures exprimées en degré Celsius en degré Fahrenheit est : $^{\circ}C = \frac{5}{9}(^{\circ}F - 32)$. Écrire une fonction MATLAB dont le prototype est fonction C=f2c(F) qui fait la conversion de la température de Fahrenheit à Celsius.

16) On veut écrire un script qui utilise la fonction précédente pour afficher sur 2 colonnes une liste d'équivalence pour des températures comprises entre 0°F et 300°F avec un incrément de 10°F (la première colonne donnera les degrés Fahrenheit, la seconde les degrés Celsius). compléter la proposition ci-dessous :

```
for i = 0 :10 : 300
```

```
end
```

Exemple de l'affichage attendu :

0.00000	-17.778
10.0000	-12.222
.....
300.000	148.889

17) La fonction Mafonction prend 3 arguments d'entrée et 2 arguments de sortie. Ci-dessous 3 propositions de syntaxe pour appeler cette fonction. Barrez les 2 propositions incorrectes.

- a. $y = \text{Mafonction}(x1,x2,x3);$ % y(1) et y(2) sont les 2 arguments de sorties
- b. $[y1,y2] = \text{Mafonction}(x1,x2,x3)$
- b. $(y1,y2) = \text{Mafonction}[x1,x2,x3]$

Questions à 3 points (Total : / 9 pts)

18) Soit le vecteur $x = -10 : 0.1 : 10$

Écrire un script Matlab qui trace la courbe $y = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \in [-10, 0[\\ x^2 & \text{si } x \in [0, 10] \end{cases}$

