

Ce texte comporte **trois** exercices indépendants, sur 2 pages.

Exercice 1 - Nombres complexes (barème indicatif 4 pts)

1. Résoudre l'équation $2z^2 + (3i)z + 2 = 0$.
2. Mettre $z = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}-i}\right)$ sous forme exponentielle.

Exercice 2 - Equations différentielles (barème indicatif 11 pts)

Donner la forme $y(x)$ des solutions des équations différentielles suivantes (y' et y'' désignent la dérivée et la dérivée seconde de $y(x)$) :

1. $2y' + 50y = 2$; Préciser la solution qui vérifie $y(0) = 0$.
2. $y'' + y = 0$
3. $y'' - 2y' + y = 0$
4. $y'' + 3y' + 2y = 2$
5. $2y'' - 2y' + y = 0$; Préciser la solution qui respecte les conditions initiales $y(0) = 0$ et $y'(0) = 5$.

Exercice 3 - Cinétique chimique (barème approximatif 5 points)

On suit la cinétique de la réaction d'addition du dibrome Br_2 sur l'éthylène C_2H_4 en maintenant la température constante. Le bilan de la réaction est :



On souhaite connaître l'évolution de la concentration en $\text{BrH}_2\text{C} - \text{CH}_2\text{Br}$ en fonction du temps t . Expérimentalement, on montre que la vitesse de la réaction peut s'écrire : $v = k[\text{C}_2\text{H}_4]_t[\text{Br}_2]_t$, où $[\text{C}_2\text{H}_4]_t$ désigne la concentration en éthylène à l'instant t , et $[\text{Br}_2]_t$ la concentration en dibrome au même instant et k la constante de vitesse de la réaction. Par définition, la vitesse v s'exprime également grâce à la relation $v = -\frac{d[\text{C}_2\text{H}_4]_t}{dt} = -\frac{d[\text{Br}_2]_t}{dt}$. On note x l'avancement de la réaction à l'instant t . On a donc $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = [\text{C}_2\text{H}_4]_0 - x$ et $[\text{Br}_2]_t = [\text{Br}_2]_0 - x$. On considère une réaction dans laquelle les réactifs sont mis en proportion stœchiométrique, c'est à dire $[\text{C}_2\text{H}_4]_0 = [\text{Br}_2]_0 = C_0$, où C_0 est une constante connue.

1. Justifier que l'on a $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = [\text{Br}_2]_t$ pour tout t .
2. On peut donc écrire $v = k([\text{C}_2\text{H}_4]_t)^2$. En déduire que la concentration en éthylène est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{d[\text{C}_2\text{H}_4]_t}{dt} = -k([\text{C}_2\text{H}_4]_t)^2 \quad (2)$$

3. Établir l'expression $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = f(t)$.
4. On souhaite déterminer la valeur de la constante de vitesse k à partir d'une mise en graphique simple, une droite.
 - (a) Obtient-on une droite en traçant $[\text{C}_2\text{H}_4]_t$ en fonction du temps t ?
 - (b) Sinon, quelle mise en graphique doit-on faire ?
 - (c) Comment pourra-t-on déterminer k à partir du tracé choisi ?