

Ce texte comporte **trois** exercices indépendants, sur 2 pages.

**Exercice 1 - Nombres complexes (barème indicatif 4 pts)**

1. Résoudre l'équation  $2z^2 + (3i)z + 2 = 0$ .
2. Mettre  $z = \left(\frac{1-i}{\sqrt{3}-i}\right)$  sous forme exponentielle.

**Exercice 2 - Equations différentielles (barème indicatif 11 pts)**

Donner la forme  $y(x)$  des solutions des équations différentielles suivantes ( $y'$  et  $y''$  désignent la dérivée et la dérivée seconde de  $y(x)$ ) :

1.  $2y' + 50y = 2$  ; Préciser la solution qui vérifie  $y(0) = 0$ .
2.  $y'' + y = 0$
3.  $y'' - 2y' + y = 0$
4.  $y'' + 3y' + 2y = 2$
5.  $2y'' - 2y' + y = 0$  ; Préciser la solution qui respecte les conditions initiales  $y(0) = 0$  et  $y'(0) = 5$ .

### Exercice 3 - Cinétique chimique (barème approximatif 5 points)

On suit la cinétique de la réaction d'addition du dibrome  $\text{Br}_2$  sur l'éthylène  $\text{C}_2\text{H}_4$  en maintenant la température constante. Le bilan de la réaction est :



On souhaite connaître l'évolution de la concentration en  $\text{BrH}_2\text{C} - \text{CH}_2\text{Br}$  en fonction du temps  $t$ . Expérimentalement, on montre que la vitesse de la réaction peut s'écrire :  $v = k[\text{C}_2\text{H}_4]_t[\text{Br}_2]_t$ , où  $[\text{C}_2\text{H}_4]_t$  désigne la concentration en éthylène à l'instant  $t$ , et  $[\text{Br}_2]_t$  la concentration en dibrome au même instant et  $k$  la constante de vitesse de la réaction. Par définition, la vitesse  $v$  s'exprime également grâce à la relation  $v = -\frac{d[\text{C}_2\text{H}_4]_t}{dt} = -\frac{d[\text{Br}_2]_t}{dt}$ . On note  $x$  l'avancement de la réaction à l'instant  $t$ . On a donc  $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = [\text{C}_2\text{H}_4]_0 - x$  et  $[\text{Br}_2]_t = [\text{Br}_2]_0 - x$ . On considère une réaction dans laquelle les réactifs sont mis en proportion stœchiométrique, c'est à dire  $[\text{C}_2\text{H}_4]_0 = [\text{Br}_2]_0 = C_0$ , où  $C_0$  est une constante connue.

1. Justifier que l'on a  $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = [\text{Br}_2]_t$  pour tout  $t$ .
2. On peut donc écrire  $v = k([\text{C}_2\text{H}_4]_t)^2$ . En déduire que la concentration en éthylène est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{d[\text{C}_2\text{H}_4]_t}{dt} = -k([\text{C}_2\text{H}_4]_t)^2 \quad (2)$$

3. Établir l'expression  $[\text{C}_2\text{H}_4]_t = f(t)$ .
4. On souhaite déterminer la valeur de la constante de vitesse  $k$  à partir d'une mise en graphique simple, une droite.
  - (a) Obtient-on une droite en traçant  $[\text{C}_2\text{H}_4]_t$  en fonction du temps  $t$  ?
  - (b) Sinon, quelle mise en graphique doit-on faire ?
  - (c) Comment pourra-t-on déterminer  $k$  à partir du tracé choisi ?