Licence L3 / S6
PFA, PC et SPI-Mécanique

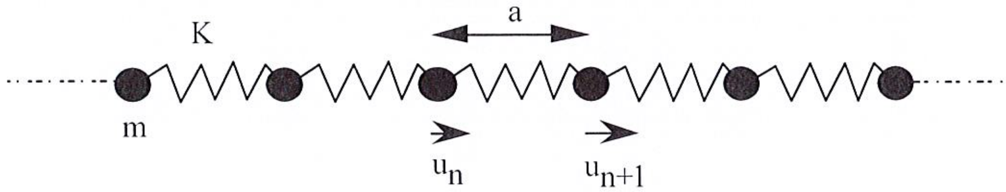
Seconde session
23 juin 2023

Ondes et Vibrations

Sans document – Durée 2h – Téléphone portable éteint et rangé

I. Dispersion des ondes dans un cristal monoatomique

On considère un cristal qui peut être modélisé par une chaîne monoatomique linéaire infinie constituée d'atomes de masse m et de périodicité a (voir Figure ci-dessous). Chaque atome interagit élastiquement avec ses deux plus proches voisins. K représente la constante de couplage. On note u_n le déplacement longitudinal de l'atome n par rapport à sa position d'équilibre $x_n^o = na$.



1. Etablir l'équation du mouvement de l'atome n de la chaîne.
2. Trouver la relation de dispersion et tracer la courbe de dispersion. Déterminer la fréquence de coupure.
3. Déterminer la vitesse de phase et préciser sa signification physique.
4. Déterminer la vitesse de groupe et préciser sa signification physique.

II. Oscillations d'objets flottants

1. Oscillations d'un bouchon, libres et non amorties

On enfonce un bouchon cylindrique de section s dans l'eau puis on le lâche. On néglige l'action de l'air ambiant et toute cause d'amortissement. Exprimer la fréquence angulaire ω_o des oscillations en fonction des paramètres suivants : ρ masse volumique du bouchon, h hauteur du bouchon, g accélération de la pesanteur et ρ' masse volumique de l'eau.

Remarque : la poussée d'Archimède est équivalente à la force de rappel d'un ressort de constante de raideur k. Exprimer k en fonction de ρ', g et s.

2. Oscillations d'un bouchon, libres et amorties

On suppose à présent que le mouvement du bouchon est amorti par une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$.

a) Ecrire l'équation différentielle régissant le déplacement du bouchon. On posera $2\lambda = \frac{\alpha}{m}$ avec $m = \rho hs$ la masse du bouchon. Donner sans démonstration la forme de la solution en régime faiblement amorti ? On notera ω la pseudo-pulsation.

b) Donner l'évolution des énergies potentielle, cinétique et totale de l'oscillateur en présence d'un très faible amortissement ($\lambda \ll \omega_o$). Quelle est l'expression de la constante de temps τ de l'oscillateur ?

c) Le facteur de qualité d'un système oscillant Q est défini par

$$Q = 2\pi \left|\frac{\text{énergie emmagasinée au début d'un cycle}}{\text{perte d'énergie durant le cycle}}\right|$$

Montrer que pour un faible amortissement $Q = \omega\tau$.