Université de Bourgogne 2022-2023

L1 Sciences & Techniques - Physique Générale 2 (Phys2A)

Examen - 1h30 - calculatrice autorisée - aucun document

Lors des applications numériques, vérifier le nombre de ***chiffres significatifs*** *et l'****unité***

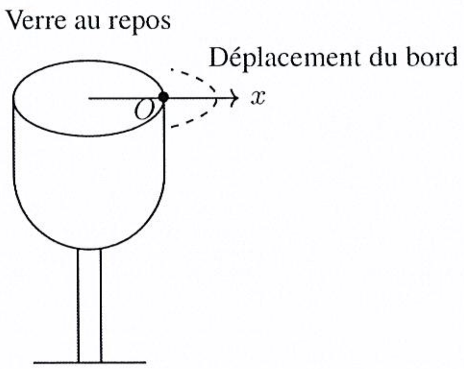
Exercice 1 – Vibration d'un verre (barème indicatif ~ 8 points)

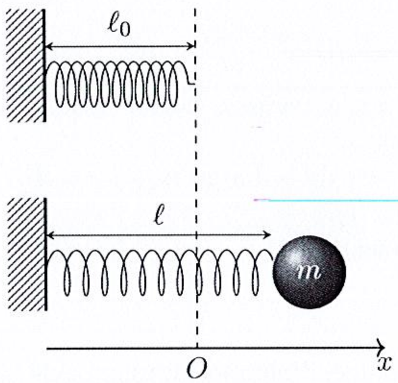
Contexte Dans l'album de Tintin, "Les Bijoux de la Castafiore", cette dernière est en mesure de faire exploser un verre par la simple utilisation de sa voix.

Données : $\lambda = 0{,}714\,\mathrm{s^{-1}}$; $\omega_0 = 3{,}39 \cdot 10^3\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$; $A_0 = 30\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$

Quand le verre vibre, son bord supérieur oscille autour de sa position au repos. On modélise ce système par une masse m mobile sur l'axe (Ox) horizontal, associée à un ressort de raideur k, de longueur à vide l_0.

Les frottements sont modélisés par un frottement fluide de type $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ où $\vec{v}$ désigne le vecteur vitesse de la masse m. Un haut-parleur relié à un générateur basse fréquence produit une onde sonore sinusoïdale de fréquence f. Le verre, placé à proximité du haut-parleur, est ainsi en régime sinusoïdal forcé.





L'équation différentielle traduisant l'évolution temporelle de $x(t)$ est alors de la forme suivante (admis) :

$$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = A_0\cos(\omega t)$$

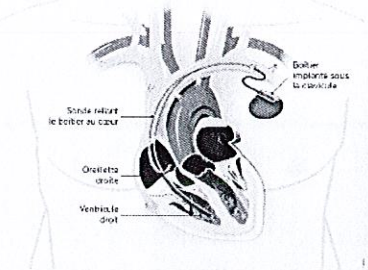
avec A_0 qui dépend de l'amplitude du signal acoustique délivré par le haut-parleur. On étudie dans la suite le régime sinusoïdal forcé. Utilisons la grandeur complexe $\underline{x}$ associée à $x(t) = X_m\cos(\omega t + \varphi)$:

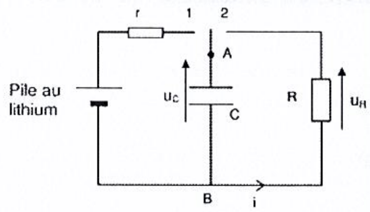
$$\underline{x}(t) = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$$

1. a) Exprimer l'amplitude X_m des oscillations du verre en fonction de A_0, ω, ω_0 et λ.
   b) Calculer $X_m(\omega = \omega_0)$ en prenant $A_0 = 30\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$ (correspondant à une puissance sonore de 130 dB environ). Voir les données en fin de texte.
   c) Le verre casse lorsqu'il est soumis à des contraintes de l'ordre du milllimètre. Conclure.
2. a) On rappelle que le facteur de qualité caractérise la résonance selon $Q = \omega_0/(2\lambda) = f_0/\Delta f$ où Δf est la largeur de la résonance (en Hz) et f_0 sa position. Estimer Δf.
   b) Une cantatrice professionnelle soprano peut tenir une note autour de 540 Hz pendant quelques secondes avec une précision de quelques hertz. Peut-elle faire résonner le verre comme la Castafiore et le briser ?

Exercice 2 – Stimulateur cardiaque (barème indicatif $\sim$ 8 points)

Un stimulateur cardiaque est un dispositif hautement perfectionné et très miniaturisé, relié au cœur humain par des électrodes appelées sondes. Le simulateur est actionné grâce à une pile intégrée. Il génère de petites impulsions électriques de basse tension qui forcent le cœur à battre à un rythme régulier et suffisamment rapide.Le générateur d'impulsions du simulateur cardiaque peut être modélisée par le circuit représenté ci-contre. Le condensateur se charge très rapidement lorsque l'interrupteur est en position 1. Lorsque la charge est terminée, l'interrupteur bascule en position 2. Le condensateur se décharge lentement dans la résistance R. Quand la tension aux bornes de R atteint $V_c = 2,1$ V, le boîtier envoie au cœur une impulsion électrique par l'intermédiaire des sondes. L' interrupteur bascule simultanément en position 1 et la recharge du condensateur se fait quasiment instantanément à travers r. Le processus recommence.

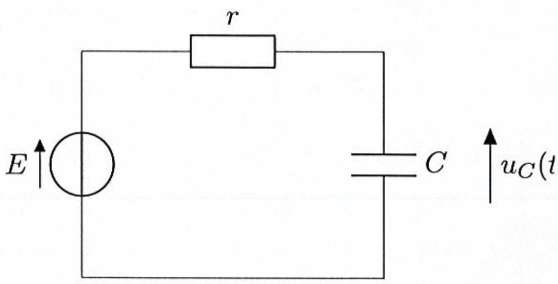




Données : $E = 5{,}6\,\mathrm{V}$; $C = 0{,}40\,\mu\mathrm{F} = 4{,}0 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{F}$; $r = 1{,}0\,\mathrm{k\Omega} = 1{,}0 \cdot 10^{3}\,\Omega$; $R = 2{,}0\,\mathrm{M\Omega} = 2{,}0 \cdot 10^{6}\,\Omega$

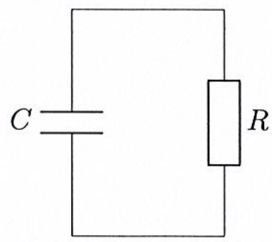
I. Cycle de charge-décharge du condensateur

Le condensateur est initialement déchargé : $u_C(0) = 0$. L'interrupteur est sur la position 1 et le montage équivalent est représenté sur la figure ci-contre.



1. a) Préciser le sens du courant dans le circuit puis écrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
   b) Les solutions sont de la forme $u_C(t) = Ae^{-t/rC} + E$. Exprimer A puis $u_C(t)$.
   c) Quelle est la dimension de $\tau_0 = rC$? Calculer τ_0.

Lorsque le condensateur est chargé, l'interrupteur est basculé en position 2 et le schéma équivalent est donné ci-contre. On prend comme nouvelle origine des temps $t = 0$, le moment où l'on bascule l'interrupteur et $u_C(0) = E$.



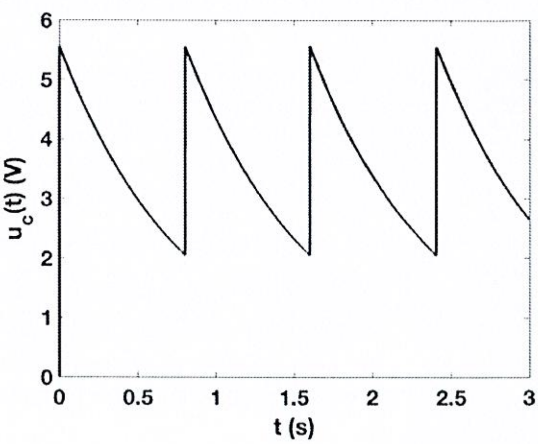
2. a) On admet que la tension aux bornes du condensateur suit alors $u_C(t) = Ee^{-t/RC}$. Calculer $\tau = RC$.

A $t = \tau$, le boîtier envoie au cœur une impulsion électrique par l'intermédiaire des sondes. L'interrupteur bascule simultanément en position 1 et la recharge du condensateur se fait quasiment instantanément à travers r.

b) Calculer $u_C(\tau)$.

II. Excitation périodique du coeur

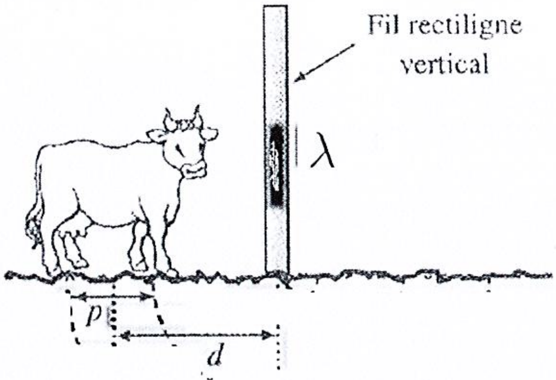
Le cycle charge-décharge se répétant, on a le signal suivant (voir la figure) ; le coeur est stimulé avec une période $T = 0,80$ s.



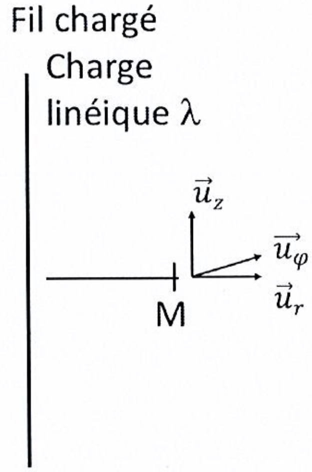
3. Calculer le nombre d'impulsions par minute. Vérifier que le résultat est bien compatible avec une fréquence cardiaque normale (60 à 80 pulsations par minute).

Exercice 3 – **Potentiel de pas et risque de foudroiement (barème indicatif ~ 4 points + bonus 2 points)**

On modélise l'éclair traversant un arbre par un fil rectiligne vertical infini, portant une charge linéique λ. On s'intéresse à l'effet de la foudre sur un animal proche de l'arbre. Il s'agit d'estimer la distance de sécurité sachant qu'une intensité supérieure à $I_{max} = 25\,\mathrm{mA}$ est mortelle. On note d la distance entre l'animal et l'arbre, et p la distance entre les pattes avant et arrière.



Données : $\lambda = 15 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{C \cdot m^{-1}}$; $p = 1,5\,\mathrm{m}$; $I_{max} = 25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{A}$; $R = 2,5 \cdot 10^{3}\,\Omega$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{F \cdot m^{-1}}$.



1. On souhaite établir la forme du champ électrique au niveau du sol. On utilise la base cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$ (voir la figure ci-contre).
   a) En vous appuyant sur les propriétés d'invariance et de symétrie de la distribution de charges, établir a priori la forme du champ électrique en un point M quelconque, à la distance r du fil.
   b) A l'aide du théorème de Gauss, donner l'expression du champ électrique au point M en fonction de λ, ϵ_0 et r.

2. **(bonus)** a) La différence de potentiel entre les pattes arrière et avant vaut (admis) :

$$U = \int_{d-p/2}^{d+p/2} E dr = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{d-p/2}^{d+p/2} \frac{dr}{r}$$

   L'exprimer.
   b) On admet que l'on peut simplifier cette expression en utilisant le développement limité $ln(1+x) \approx x$ pour obtenir

$$U \approx \frac{\lambda\, p}{2\pi\epsilon_0 d}$$

   L'intensité du courant doit rester inférieure à I_{max} : $I \leq I_{max}$ où $I = U/R$ est l'intensité du courant dans le corps de la vache (R est la résistance du corps). En déduire la distance de sécurité pour l'animal .