

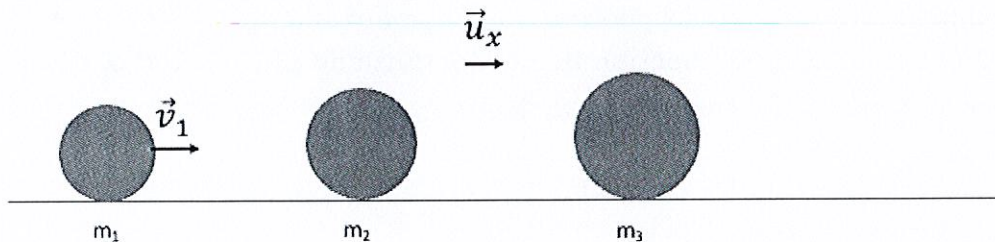
Session de rattrapage

(durée 1 h 30, épreuve sans document, calculatrice autorisée)

On prêtera attention à l'orthographe, la mise en évidence des résultats (encadrer les expressions littérales, souligner les résultats numériques), l'homogénéité des équations, à la présence des unités et au nombre de chiffres significatifs pour les applications numériques.

Exercice 1 : Collisions successives

Trois billes en acier de masse m_1 , m_2 et m_3 se trouvent initialement au repos sur une rainure rectiligne horizontale. On lance la première bille sur la deuxième qui se met en mouvement et vient heurter la troisième. On considérera les chocs élastiques et les mouvements sans frottement.



1) Montrer que les composantes sur \vec{u}_x des vitesses des billes 1 et 2 après leur collision sont données par :

$$v'_{1x} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1x}$$

$$v'_{2x} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1x}$$

2) Après sa collision avec la bille 1, la bille 2 se déplace vers la droite et entre en collision avec la bille 3.

Déterminer la composante v'_{3x} de la vitesse de la bille 3 après cette collision en fonction de m_1 , m_2 , m_3 et v_{1x} (on pourra s'aider du résultat précédent).

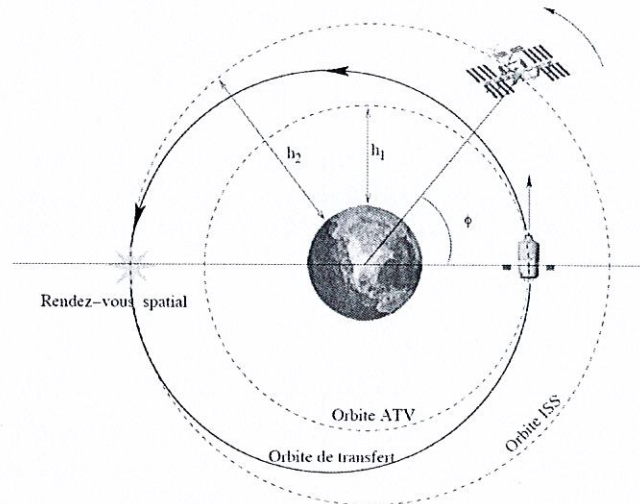
3) Pour quelle valeur de m_2 , exprimée en fonction de m_1 et m_3 , la vitesse de la troisième bille est-elle maximale ?

Calculer cette valeur de m_2 .

Données : $m_1 = 21,0 \text{ g}$; $m_3 = 68,8 \text{ g}$

Exercice 2 : Approvisionnement de l'ISS

La Station Spatiale Internationale (ISS) compte sur un approvisionnement régulier en combustible, nourriture, air et eau pour son équipage permanent et en équipements pour les expériences. Tous les 12 mois, un véhicule automatique de transfert (ATV) européen est lancé par Ariane 5 au départ de Kourou en Guyane Française afin d'approvisionner l'ISS. L'ATV est placé sur une orbite circulaire d'altitude h_1 . Ensuite, l'ATV empreinte une orbite elliptique de transfert pour permettre le rendez-vous spatial avec l'ISS, situé sur une orbite quasi circulaire d'altitude h_2 .



1) Montrer que dans le référentiel géocentrique le mouvement de l'ISS est uniforme. On exprimera alors sa vitesse en fonction de la constante de gravitation \mathcal{G} , de la masse de la Terre M_T , du rayon de la Terre R_T et de h_2 .

2) a) En déduire la période de révolution T_{ISS} en fonction de \mathcal{G} , de la masse de la Terre M_T , du rayon de la Terre R_T et de h_2 .

b) Montrer alors la relation : $\frac{T_{ISS}^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_T}$ avec a le rayon de la trajectoire de l'ISS.

c) Comment s'appelle cette relation qui est aussi valable pour une trajectoire elliptique, avec a le demi-grand axe de l'ellipse ?

d) Exprimer la durée τ du transfert sur l'orbite elliptique.

3) En déduire l'angle Φ en fonction de T_{ISS} et τ pour un rendez-vous réussi.

4) Calculer T_{ISS} , τ et Φ .

Données : $h_1 = 300$ km ; $h_2 = 356$ km ; constante de gravitation $\mathcal{G} = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m³.kg⁻¹.s⁻² ; masse de la Terre $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}$ kg ; rayon équatorial de la Terre $R_T = 6378$ km