

1) Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :

(a)  $H = p^2/(2m) + x^2 + x^4$ .

(b)  $H = p^2/(2m) - x^2$ .

(c)  $H = p^2/(2m) - x^2 + x^3$ .

(d)  $H = p^2/(2m) + 1 + \sin(x)$ .

(e) Définir les concepts suivants : (i) point d'équilibre stable, (ii) point d'équilibre instable, (iii) séparatrice.

2) On considère une station spatiale qui est à une distance de la terre  $L$  fixe. On considère que le repère défini par la Terre et la station est inertiel. Une fusée est lancée depuis la terre au temps  $t_0 = 0$ , avec une vitesse constante  $v$  en direction de la station. Au moment du lancement la terre envoie un signal radio vers la station.

a) Quel est le temps d'arrivée du signal à la station mesuré sur la station ?

b) Quel est le temps correspondant dans le repère de la fusée ?

c) Quelle est la distance entre la Terre et la station mesurée dans le repère de la fusée ?

Quand la fusée arrive à la station spatiale (et continue son voyage avec la même vitesse) la station envoie un signal radio vers la Terre.

d) Quel est le temps d'arrivée de ce signal sur la Terre, mesuré par une horloge immobile sur la Terre ?

e) Quel est le temps correspondant dans le repère de la fusée ?

3) On considère un intervalle d'espace-temps décrit par le quadri-vecteur  $\underline{\Delta x}$ .

a) Définir les différents types d'intervalle en fonction de leur situation par rapport au cône de la lumière.

b) Quelles sont les possibles relations de causalité pour les différents types d'intervalles ?

c) Montrer que l'intervalle de temps propre entre deux événements peut s'exprimer par la pseudo-norme du quadri-vecteur correspondant dans un repère quelconque.

d) Montrer que pour deux événements séparés par un intervalle de type temps il existe un référentiel dans lequel ils ont lieu à la même position.

(e) Qu'est-ce qu'une transformation de Galilée ? et une transformation de Lorentz ?

(f) Définir la vitesse propre d'une particule.

(g) Comment se transforme le quadrivecteur impulsion-énergie par rapport à un changement entre deux repères inertiels ?

4) a) Montrer que dans un système Hamiltonien l'énergie totale est conservée.

b) Exprimer cette propriété dans le formalisme de Poisson