

1) Dessiner le portrait de phase et donner une classification de tous les types d'orbites possibles pour les systèmes décrits par les Hamiltoniens suivants :

(a) $H = p^2/(2m) + x^2 + x^4$.

(b) $H = p^2/(2m) - x^2$.

(c) $H = p^2/(2m) - x^2 + x^6$.

(d) $H = p^2/(2m) + \cos^2(x)$.

(e) Définir les concepts suivants : (i) point d'équilibre stable, (ii) point d'équilibre instable, (iii) séparatrice.

2) L'énergie cinétique et l'énergie potentielle d'un pendule de masse m et longueur l sont données par

$$E_{cin} = \frac{1}{2}ml^2v^2, \quad E_{pot} = mgl(1 - \cos(\theta)),$$

où θ est l'angle par rapport à la verticale, $v = \frac{d\theta}{dt}$ la vitesse angulaire, et $g = 9.81ms^{-2}$.

a) Ecrire le Lagrangien pour ce système, et montrer que les équations d'Euler-Lagrange correspondantes sont équivalentes aux équations de Newton.

b) Quel est le moment canoniquement conjugué à θ ?

c) Déterminer l'Hamiltonien correspondant à ce système et écrire les équations de Hamilton.

d) Montrer que l'énergie totale est conservée.

3) Répondre aux questions suivantes :

(a) Décrire l'expérience de Michelson et Morley et l'interprétation des résultats observés.

(b) Formuler les postulats de la théorie de la relativité restreinte.

(c) Qu'est-ce qu'une transformation de Galilée ? et une transformation de Lorentz ?

(d) Décrire la notion de temps propre et de dilation du temps.

(e) Décrire la notion de longueur propre et de contraction de l'espace.

(f) Définir la vitesse propre d'une particule.

(g) Comment se transforme le quadrivecteur impulsion-énergie par rapport à un changement entre deux repères inertiels ?

(h) Décrire le principe et les propriétés principales de l'effet Doppler

4) Montrer que pour deux événements séparés par un intervalle de type espace il existe un référentiel dans lequel ils sont simultanés.

5) On considère une fusée qui se déplace avec vitesse constante $v_f = 0,5c$ en direction x par rapport au repère de la Terre, et un module planétaire qui est lancé depuis la fusée avec une vitesse $v'_m = 0,3c$ relative à la fusée. Déterminer la vitesse du module mesurée depuis le repère de la terre,

(a) si v'_m est en direction x' parallèle à x ,

(b) si v'_m est en direction y' orthogonale à x .