

EPREUVE :

Electromagnétisme - Phys3C

Durée : 1h30 — Documents non autorisés - Calculatrice autorisée

Absorption de micro-ondes

On souhaite étudier quelques propriétés d'une onde plane monochromatique, de fréquence $\nu = \omega/2\pi = 2,5 \cdot 10^9$ Hz, utilisée dans les fours à micro-ondes. On s'intéresse à sa propagation dans un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope (LHI), de permittivité ϵ , de perméabilité magnétique μ_0 et de conductivité γ faible mais non nulle ($\gamma \ll \epsilon\omega$). Le milieu est non chargé ($\rho = 0$).

1. Ecrire les équations de Maxwell en fonction des champs \vec{E} et \vec{B} dans le milieu LHI défini ci-dessus. On notera $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ le courant volumique de conduction.
2. Déterminer l'équation de propagation de \vec{E} .
3. On considère la propagation vers les z croissants d'un champ électrique de la forme $\vec{E}(z, t) = E_0 \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_x$, avec $|\vec{u}_x| = 1$. Dédire de la question précédente la relation de dispersion du milieu LHI reliant le module du vecteur d'onde k à ω . Montrer que celle-ci peut se mettre sous la forme $k = \sqrt{\epsilon\mu_0}\omega(1 - i\alpha/2)$ et donner l'expression de α . On rappelle le développement limité : $(1 + x)^n \rightarrow (1 + nx)$, quand $x \rightarrow 0$.
4. Compte tenu de l'expression de k , donner la forme finale du champ $\vec{E}(z, t)$ dans le milieu LHI.
5. En déduire l'expression de la distance δ pour laquelle l'amplitude de \vec{E} est divisée par $\exp 1$. On exprimera δ en fonction de ω , μ_0 , α et on vérifiera sa dimension.
6. On donne pour l'eau, $\epsilon_{\text{eau}} = 80\epsilon_0$, $\alpha_{\text{eau}} = 0,20$, et pour le verre, $\epsilon_{\text{verre}} = 6\epsilon_0$, $\alpha_{\text{verre}} = 6 \cdot 10^{-3}$. Calculer δ dans les deux cas. Constantes utiles : $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F}\cdot\text{m}^{-1}$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$.
7. Sachant que la densité d'énergie électromagnétique de l'onde en z est proportionnelle à $U = \frac{1}{2}D(z, t) \cdot E(z, t)^*$, où $E(z, t)^*$ est le complexe conjugué de $E(z, t)$, calculer U en $z = 0$ et $z = l$ et en déduire la *proportion* η d'énergie électromagnétique dissipée en chaleur (effet Joule) sur une distance $l = 4$ cm dans ces deux matériaux.