

# Examen de Thermodynamique

Licence Sciences et Techniques - 2<sup>ème</sup> année  
- Phys4B -  
- Contrôle Terminal -  
**durée de l'examen : 2h00**  
calculatrice autorisée

4 mai 2023

Cet examen comporte 3 questions pour un total de 22 points.

**Question1** (6 points)

**I - Questions de cours.**

- Enoncer le premier principe de la thermodynamique ainsi que les premières et secondes lois de Joule pour un gaz parfait.
- Donner la définition de l'entropie. Enoncer le second principe de la thermodynamique et le protocole de calcul de la variation d'entropie pour un système donné.
- Ecrire la relation de Mayer pour une mole d'un gaz parfait et la définition de  $\gamma$  en fonction de  $C_p$  et  $C_v$ . Exprimer  $C_p$  et  $C_v$  en fonction de  $R$  et  $\gamma$
- Rappeler la loi de Laplace liant la pression  $P$  et le volume  $V$  pour une transformation adiabatique et réversible d'un gaz parfait. Démontrer une loi analogue pour la température  $T$  et le volume  $V$

**Question2** (8 points)

**II - Cycle de Beau de Rochas d'un gaz parfait.**

Une mole d'un gaz parfait décrit un cycle moteur constitué de quatre transformations réversibles.

- (a) **Compression adiabatique** de l'état 1 ( $P_1, V_{max}, T_1$ ) à l'état 2 ( $P_2, V_{min}, T_2$ )
  - (b) **Chauffage isochore** de l'état 2 ( $P_2, V_{min}, T_2$ ) à l'état 3 ( $P_3, V_{min}, T_3$ )
  - (c) **Détente adiabatique** de l'état 3 ( $P_3, V_{min}, T_3$ ) à l'état 4 ( $P_4, V_{max}, T_4$ )
  - (d) **Refroidissement isochore** de l'état 4 ( $P_4, V_{max}, T_4$ ) à l'état 1
- N.B. : On considère  $T_3 > T_4 > T_2 > T_1$  et  $(T_2 - T_1) > (T_3 - T_4)$ .

On note  $\tau = V_{max}/V_{min}$ , le taux de compression,  $C_p$  et  $C_v$  les capacités calorifiques molaires respectivement à pression et volume constant du gaz, et  $\gamma = C_p/C_v$ .

**II.1** - Représenter l'allure du cycle en coordonnées (P,V) dans un diagramme de Clapeyron faisant apparaître les isothermes  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$ .

**II.2** - Trouver les expressions de  $P$  en fonction de  $V$  pour les transformations (a) et (c).

**II.3** - Pour chacune des transformations exprimer la variation d'énergie interne, les quantités de travail et de chaleur échangées par le gaz avec le milieu extérieur. Les résultats seront exprimés en fonction des températures  $T_1, T_2, T_3$  et  $T_4$ , de  $R$  et  $\gamma$ .

**II.4** - Discuter le signe de chacune des quantités de travail et de chaleur échangées. Calculer le travail et la quantité de chaleur échangés pour un cycle complet. Que vérifie-t-on ?

**II.5** - On définit le rendement  $\eta$  de ce moteur comme étant le rapport du travail total échangé à la quantité de chaleur reçue sur un cycle par  $\eta = -W_{total}/Q_{recue}$ .

- (i) Exprimer  $\eta$  en fonction de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ .
- (ii) Exprimer  $T_2$  en fonction de  $T_1$ ,  $\tau$  et  $\gamma$  ainsi que  $T_4$  en fonction de  $T_3$ ,  $\tau$ .
- (iii) Montrer alors que le rendement peut s'écrire sous la forme :

$$\eta = 1 - \frac{1}{\tau^{\gamma-1}} \quad (1)$$

**Question3** (8 points)

**III - Changement de phase - Pression de vapeur saturante.** Une chaudière a la forme d'un cylindre vertical de hauteur  $L = 1$  mètre et de section  $S$ . Elle est complètement fermée et contient une hauteur d'eau  $h = 10$  centimètre surmontée de sa vapeur saturante à l'exclusion de tout autre gaz. L'ensemble est en équilibre à  $100^\circ\text{C}$ . On élève la température de la chaudière à  $200^\circ\text{C}$ . On se propose de calculer de quelle grandeur  $x$  a baissé le niveau de la phase liquide dans la chaudière lors de cette élévation de température. On fait alors les hypothèses suivantes :

- (a) La vapeur d'eau se comporte comme un gaz parfait.
- (b) La pression de vapeur saturante est donnée par la formule de Duperray

$$P_s(t) = P_o \left( \frac{t}{100} \right)^4 \quad (2)$$

avec  $P_o = 1 \text{ Atm} = 101\,325 \text{ Pa} \approx 1 \text{ bar}$  et  $t$  en degré Celsius.

- (c) La quantité d'eau liquide vaporisée lors du passage de  $100^\circ\text{C}$  à  $200^\circ\text{C}$  est suffisamment faible pour que le volume  $V$  de la phase vapeur ne varie pas.

**III.1** Calculer la pression de vapeur saturante à  $100^\circ\text{C}$  et  $200^\circ\text{C}$ .

**III.2** Exprimer et calculer numériquement le nombre de mole de gaz  $n_i$  à  $100^\circ\text{C}$ . Le résultat fera apparaître la section  $S$  du cylindre.

**III.3** Exprimer et calculer numériquement le rapport entre le nombre de mole de gaz  $n_f$  à  $200^\circ\text{C}$  et  $n_i$  en utilisant les hypothèses précédentes.

**III.4** Exprimer le nombre de moles de liquide perdues à partir de la masse volumique de l'eau liquide  $\rho$ ,  $S$ ,  $x$  et de la masse molaire  $M$  de l'eau.

**III.5** Des questions précédentes exprimer et calculer numériquement  $x$  en fonction de  $n_i$ ,  $M$  et  $\rho$

On donne  $\rho = 1000 \text{ kg. m}^{-3}$  et  $M = 18 \text{ g.mol}^{-1}$

- **On refait la même expérience avec une hauteur d'eau de départ  $h' = 5 \text{ mm}$  :**

**III.6** En vous appuyant sur le résultat précédent que pouvez-vous déduire sur les différentes phases présentes à  $200^\circ\text{C}$  dans le corps de la chaudière ?

**III.7** Exprimer le nombre mole de la phase vapeur  $n_v$  et de la phase liquide  $n_l$  à  $100^\circ\text{C}$  en fonction de  $S$ .

**III.8** À partir de la loi des gaz parfaits exprimer et calculer numériquement la pression dans la chaudière à  $200^\circ\text{C}$ . Comparer cette valeur à la valeur de la pression de vapeur saturante à la même température.

**LES CALCULS NUMERIQUES DEMANDES, POSES RIGOREUSEMENT (valeurs et unités), SERONT CONSIDERES COMME FAITS. UNE VALEUR APPROCHEE DU RESULTAT FINAL ETANT DEMANDEE DANS LA REDACTION.**