

1) Répondre aux questions suivantes:

- Quel est le rôle de l'équation de Schrödinger stationnaire? et de l'équation de Schrödinger dépendante du temps? Quel est le lien entre les solutions de ces deux équations?
- Quelle est l'interprétation physique de l'opérateur Hamiltonien?
- Pourquoi impose-t-on $\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t)|^2 = 1$?
- Expliquer le principe d'exclusion de Pauli.
- Quelle est la relation entre les raies spectrales d'un atome d'hydrogène et les valeurs propres de l'Hamiltonien correspondant ?
- Citer un aspect de type corpusculaire et un de type ondulatoire dans le comportement d'un électron.

2) La relation d'incertitude de Heisenberg pour deux observables A et B quelconques mesurés dans un système quantique qui se trouve dans un état ψ s'écrit

$$\Delta_{\psi}A \Delta_{\psi}B \geq \langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle_{\psi}.$$

- Donner l'interprétation physique des grandeurs $\Delta_{\psi}A$ et $\Delta_{\psi}B$, et leurs définitions théoriques précises.
- Comment est-ce qu'on les détermine dans une expérience ?
- Appliquer cette relation générale à la mesure des composantes $A = L_1$ et $B = L_2$ du moment cinétique d'un électron, si l'état ψ est un état propre de la composante L_3 du moment cinétique et de \vec{L}^2 .
- Déterminer $\Delta_{\psi}L_3$ si l'état ψ est un état propre de la composante L_3 du moment cinétique et de \vec{L}^2 .
- Ecrire la relation d'incertitude de Heisenberg pour la mesure de la position et de l'impulsion d'un électron.

3) On considère un oscillateur harmonique décrit par l'Hamiltonien

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

Après le changement de variables $\bar{x} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$, $\bar{p} = \frac{1}{\sqrt{m\hbar\omega}}p \equiv -i\frac{d}{d\bar{x}}$ l'Hamiltonien s'écrit $H = \hbar\omega\bar{H}$, $\bar{H} = \frac{1}{2}(\bar{x}^2 + \bar{p}^2)$.

On définit les opérateurs $a := (\bar{x} + i\bar{p})/\sqrt{2}$ et $N := a^{\dagger}a$.

- Déterminer les relations de commutation $[\bar{x}, \bar{p}]$, $[a, a^{\dagger}]$, $[N, a]$, $[N, a^{\dagger}]$.
- Montrer que les valeurs propres de H ne peuvent pas être négatives.
- Exprimer H en fonction de a et a^{\dagger} .
- Montrer que si φ est une fonction propre de H avec valeur propre E_n , alors $a^{\dagger}\varphi$ est aussi une fonction propre. Quelle est la valeur propre correspondante ?
- Si φ est une fonction propre de H avec valeur propre E_n , sous quelle condition est-ce que $a\varphi$ est aussi une fonction propre ? Quelle est la valeur propre correspondante ?
- Déterminer la fonction propre de l'état fondamental. Quelle est son énergie ?