

Examen de programmation logique et fonctionnelle

Licence d'informatique, Université de Bourgogne, UFR Sciences et Techniques.

Sujet de la session 2, juin 2023. Durée 2h.

Documents autorisés : 4 pages A4 recto-verso manuscrites ou imprimées, avec le contenu de votre choix.

Calculatrices et appareils électroniques communicants interdits. Écrivez vos réponses directement sur le sujet, dans les espaces laissés après les questions.

Lambda-calcul (4 points)

Soit le terme de λ -calcul suivant :

$(\lambda a. \lambda b. ab)(\lambda x. xy)c$

Décomposez ce terme en abstractions et applications (vous pouvez par exemple encadrer les applications et souligner les abstractions).

Indiquez les variables libres et les liaisons entre les autres variables.

Encadrez le redex et soulignez son argument.

Évaluez complètement ce terme.

CAML (4 points)

Définissez la fonction `sd` telle que si `w` est une liste, alors `sd w` retourne la liste obtenue en supprimant de `w` son dernier élément, sauf si `w` est vide, auquel cas la liste vide doit être retournée. Vous ne devez pas utiliser de fonction prédéfinie.

Par exemple, `sd [1;2;3;4]` doit retourner `[1;2;3]`.

Définissez la fonction `ex` telle que si `w` est une liste, alors `ex w` retourne la liste obtenue en échangeant les deux derniers éléments de `w`. Si la liste est vide ou ne contient qu'un seul élément, elle doit être retournée telle quelle.

Par exemple, `sd [1;2;3;4]` doit retourner `[1;2;4;3]`.

Logique propositionnelle (4 points)

Soit la formule suivante :

$$(a \vee b) \wedge (\neg b \vee c) \wedge (\neg c \vee d) \wedge (\neg d \vee e) \wedge (\neg e \vee \neg a)$$

Donnez deux modèles de cette formule.

Cette formule est-elle une tautologie ? Justifiez brièvement votre réponse.

Soit la formule Σ suivante : $a \leftrightarrow (a \rightarrow b)$.

Donnez la table de vérité de cette formule. Répondez aux questions ci-dessous. Justifiez très brièvement vos réponses en vous basant sur la table de vérité.

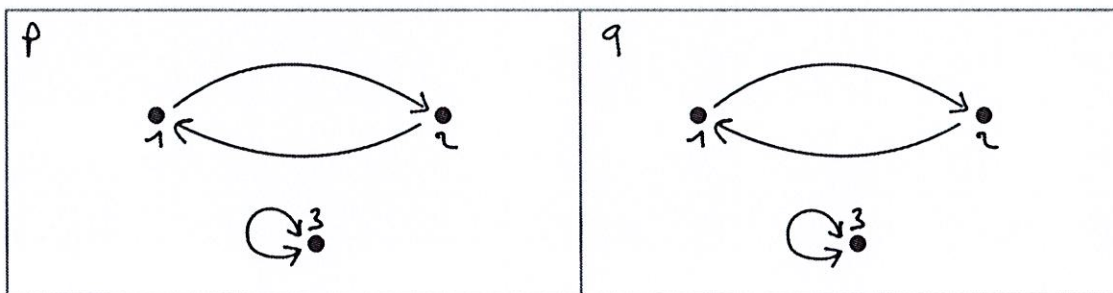
- La formule Σ est-elle conséquence logique de $a \wedge b$?
- La formule $a \wedge b$ est elle conséquence logique de Σ ?
- Les formules $a \wedge b$ et Σ sont-elles logiquement équivalentes ?

Logique du premier ordre (4 points)

Soit la formule Σ suivante :

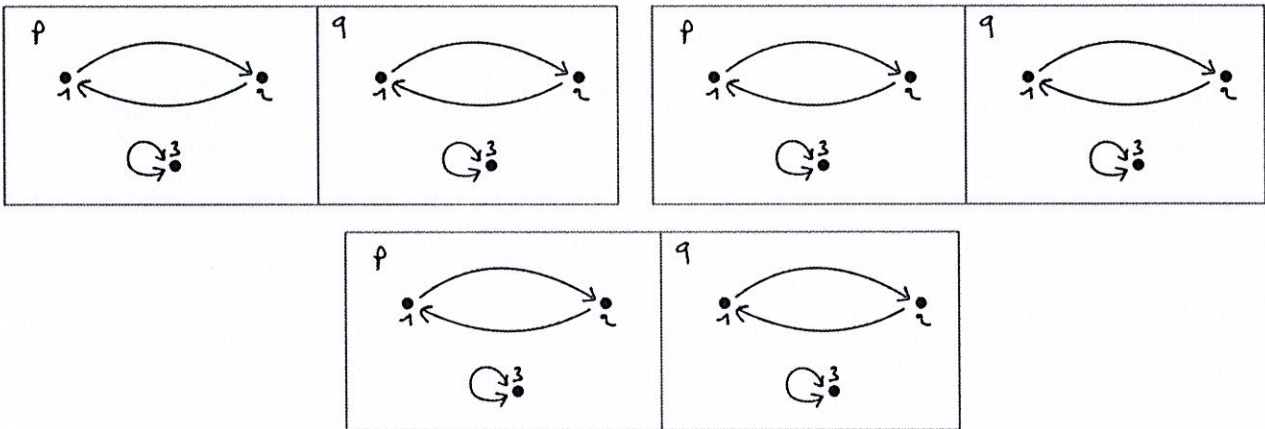
$$\forall X \forall Y [(p(X, Y) \wedge p(Y, X)) \rightarrow q(X, Y)]$$

Soit l'interprétation I suivante des symboles relationnels p et q :

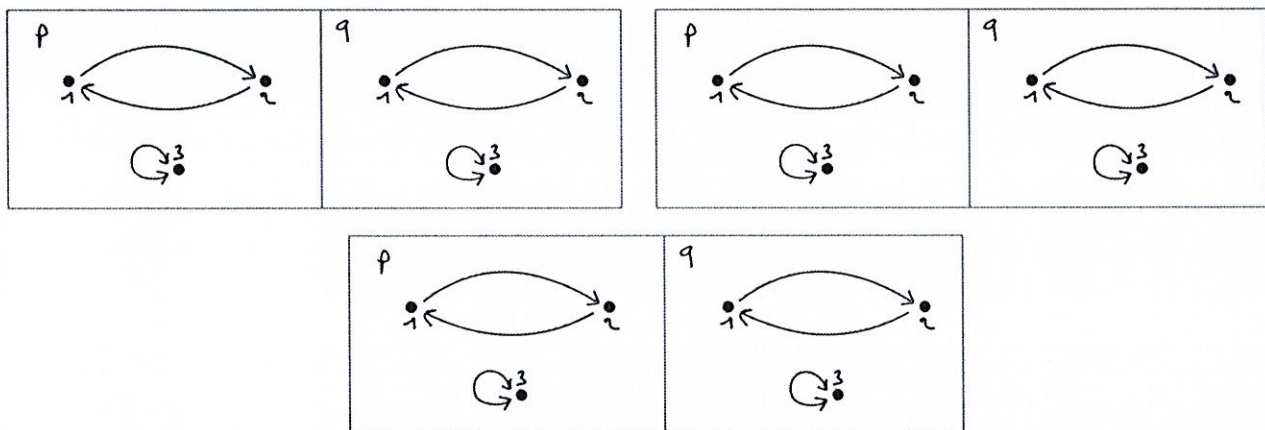


L'interprétation I est-elle un modèle de Σ ? Justifiez votre réponse.

Donnez trois modèles de Σ obtenus en ajoutant une flèche à l'interprétation I .



Donnez trois contre-modèles de Σ obtenus en ajoutant une flèche à l'interprétation I .



PROLOG (4 points)

On dit qu'une liste P est un préfixe d'une liste L si et seulement si L commence par la séquence des éléments de P ou si L et P sont identiques.

Définissez le prédicat `prefnv/2` tel que si `L` est une liste connue, alors l'évaluation du but `prefnv(P,L)` fait remonter dans la variable de sortie `P` tous les préfixes non vides de `L`. Par exemple, le but `prefnv(P,[1,2,3])` produit les résultats `p=[1]`, `p=[1,2]` et `p=[1,2,3]`.



On suppose que le prédicat `prefnv` de la question précédente est correctement définit.

On appelle sous-liste d'une liste L toute liste non vide d'éléments consécutifs de L . Par exemple, les sous-liste de $[1,2,3]$ sont $[1]$, $[1, 2]$, $[1, 2, 3]$, $[2]$ et $[2, 3]$.

Définissez le prédicat `subl/2` tel que si `L` est une liste connue, alors l'évaluation du but `subl(S,L)` fait remonter dans la variable de sortie `S` toutes les sous-listes de `L`.

Vous devez utiliser le prédicat `prefnv`.

Indice : toute sous-liste d'une liste L est soit un préfixe de L , soit ...

