

Session 1

EPREUVE :

**Examen Synthèse d'Image janvier 2023**

Durée : 1h30

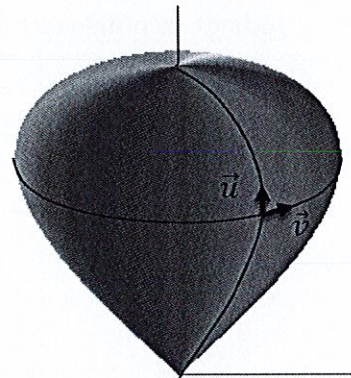
*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.  
 Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.  
 Le barème est donné à titre indicatif.*

N° d'anonymat :

**Partie 1** : Modélisation de la poire de Tannery à partir de sa représentation paramétrique (environ 10 points)

But : Modéliser sous forme de facettes une poire de Tannery de coefficient  $a=1.5$  et  $k=1$ .

Le nombre de discrétisation de la poire dans la direction  $u$  est  $Nu$  et dans la direction  $v$  est  $Nv$ . Toutes les faces de la poire sont quadrilatérales.



$$\begin{cases} x(u, v) = \frac{k}{2} \times a \times \sin(2u) \times \cos(v) \\ y(u, v) = \frac{k}{2} \times a \times \sin(2u) \times \sin(v) \\ z(u, v) = a \cdot \sin(u) \end{cases} \text{ avec } \begin{matrix} u \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ v \in [0, 2\pi[ \end{matrix}$$

✓ Donner la longueur des intervalles de  $u$  et  $v$ .

1. Discrétisation de la poire de Tannery avec  $Nu = 4$  et  $Nv = 6$ .

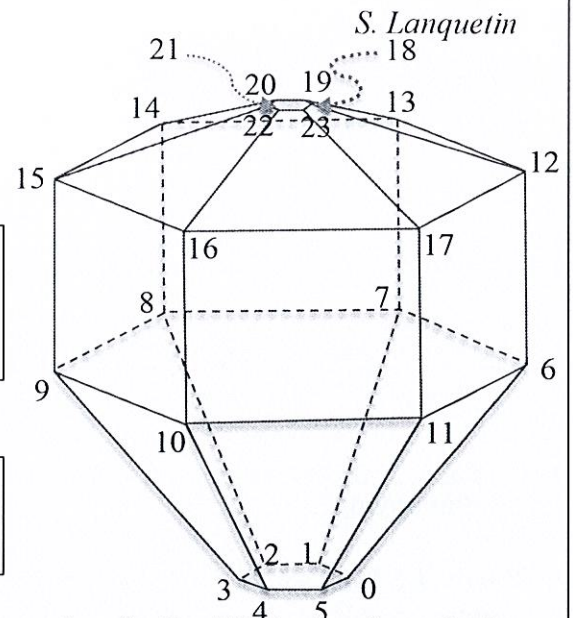
✓ Compléter les dessins et les parties grisées dans le tableau ci-dessous.

$u \in$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>	$Nu =$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>	$v \in$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>	$Nv =$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>
Placer les bornes de l'intervalles de $u$ (respectivement $v$ ) sur le cercle trigonométrique gauche (respectivement droit) et dessiner l'arc de cercle correspondant pour $u$ (respectivement pour $v$ ).			
Placer les points de discrétisation sur l'arc de cercle trigonométrique correspondant pour $u$ et $v$ .			
L'intervalle est découpé en <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span> parties.		L'intervalle est découpé en <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span> parties.	
Donner ci-dessous le nombres de parties de chaque intervalle en fonction de $Nu$ et $Nv$ .			
Nombre de parties de $u =$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>		Nombre de parties de $v =$ <span style="background-color: #cccccc; display: inline-block; width: 80px; height: 15px;"></span>	

L'indice de boucle sur  $u$  est noté  $i$  et celui sur  $v$  est noté  $j$ .

- ✓ Donner le nombre de sommets et de faces de la poire en fonction de  $Nu$  et  $Nv$ .

- ✓ En déduire les formules des déplacements  $au$  et  $av$  de  $u$  et de  $v$  en fonction de  $Nu$  et de  $Nv$ .



- Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque  $i$  en fonction de  $j$ ,  $Nu$  et  $Nv$ .

	Indice face	Indice des sommets par face				Indices des sommets d'une face en fonction de $j$ , $Nu$ et $Nv$	
		Indice 1 <sup>er</sup> sommet	Indice 2 <sup>nd</sup> sommet	Indice 3 <sup>ème</sup> sommet	Indice 4 <sup>ème</sup> sommet		
<p><math>i=0</math></p>	0	0	1	7	6		
	1						
	2						
	3						
	4						
	5						
<p><math>i=1</math></p>							
<p><math>i=2</math></p>							

- ✓ En déduire une formule générale pour les indices de sommets par face en fonction de  $Nu$ ,  $Nv$ ,  $i$  (indice de boucle sur  $u$ ) et  $j$  (indice de boucle sur  $v$ ).

- ✓ Donner l'indice d'une face en fonction de  $Nu$ ,  $Nv$ ,  $i$  (indice de boucle sur  $u$ ) et  $j$  (indice de boucle sur  $v$ ).

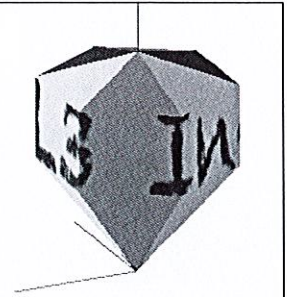
3. Écrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres  $a$ ,  $k$ , et  $u$  et  $v$  et qui retourne un sommet de la poire.

```
class Point{
public:
    float x;
    float y;
    float z;
};
```

4. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `pPoire` des coordonnées et la liste `fPoire` des indices de sommets en fonction de  $Nu$  et  $Nv$ .



2. Modifier la fonction `poireTannery (...)` pour découper la texture `L3Info` afin de l'enrouler sur la poire.



**Partie 2 : Transformations (environ 5 points)**

Soit une transformation  $M$  composée d'une rotation  $R$  d'axe  $x$  et d'angle  $90^\circ$  suivie d'une translation  $T$  de vecteur  $(0,0,-1)$ .

1. Donner l'expression de cette rotation et de cette translation sous la forme de matrices homogènes  $R$  et  $T$ .

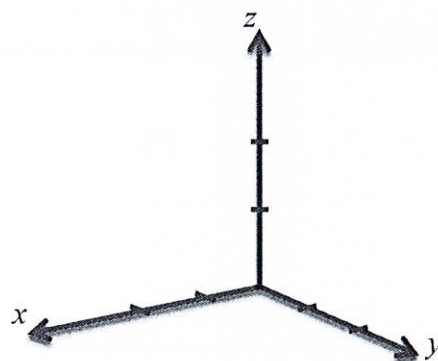
2. Calculer  $R$  et  $T$ .

3. Donner l'expression de cette transformation sous la forme d'une matrice homogène  $M$  en fonction des matrices  $R$  et  $T$ .

4. Calculer  $M$ .

5. Soit  $P$  le point de coordonnées  $(0,1,1,1)$ . Donner les coordonnées du point  $P'$  image de  $P$  par la transformation  $M$  (toujours en coordonnées homogènes).

6. Placer  $P$  et  $P'$  dans le repère suivant :



**Partie 3 : Cours (environ 5 points) Écrire la réponse dans les cadres.**

Question 1 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

	$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
--	---

Question 2 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser ses paramètres.

	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
--	--

Question 3 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>class Point{ public:     double x,y,z; };  void dessin(){     Point V[7];     glColor3f(0.0,0.0,1.0);     glBegin(GL_QUADS);     {         for(int i=0;i&lt;7;i++)             glVertex3f(V[i].x,V[i].y,V[i].z);     }     glEnd(); }</pre>	

Question 4 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>glEnable(GL_TEXTURE_2D); glBegin(GL_QUADS);     glTexCoord2f(0, 1/2);     glVertex2f(x1,y1);     glTexCoord2f(1, 1/2);     glVertex2f(x2,y1);     glTexCoord2f(1,1);     glVertex2f(x2,y2);     glTexCoord2f(0,1);     glVertex2f(x1,y2); glEnd();</pre>	

Question 5 :

Le pourcentage de chaque composante réfléchi par le matériau de la poire est : R=25%, V=25% et B=50%. Si elle est éclairée avec la lumière de composantes R=1/2, V=1/2 et B=1/4, calculer les valeurs de R, V et B du rayon de couleur réfléchi par la poire et préciser sa couleur.

--