

Durée 2h, tous documents autorisés
Sujet recto/verso, le barème est donné à titre indicatif

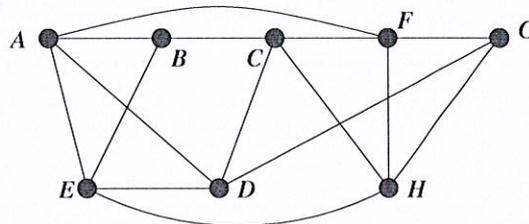
Exercice 1 (4 pts)

Questions de cours :

1. Dessiner un graphe sans triangle et de nombre chromatique 4.
2. Dessiner un graphe G tel que $\chi''(G) = \chi'(G)$.
3. Dessiner un graphe possédant un stable maximal de taille 2 et un stable maximum de taille 4.
4. Donner un exemple de graphe orienté **non fortement connexe** (avec les sommets étiquetés A, B, C, ...) tel que le parcours en profondeur depuis A permette de visiter tous les sommets du graphe.

Exercice 2 (8 pts)

Pour le graphe ci-dessous :



1. Quel est son diamètre ?
2. Déterminer les paramètres degré maximum Δ , nombre de stabilité α , taille de la clique maximum ω .
3. En déduire des encadrements pour son nombre chromatique χ , indice chromatique χ' et nombre chromatique total χ'' .
4. Donner un ordre de coloration des sommets de ce graphe pour lequel l'algorithme glouton exécuté avec cet ordre **produit une coloration optimale** des sommets.
5. Donner un ordre de coloration des sommets de ce graphe pour lequel l'algorithme glouton exécuté avec cet ordre **ne produit pas** une coloration optimale des sommets.

Tourner la page SVP

Exercice 3 (8 pts)

Soit le réseau ci-dessous.

1. Donner l'arbre produit par l'algorithme BFS puis DFS exécuté à partir du sommet E , en tenant compte de l'orientation des arcs (on supposera que les voisins d'un sommet sont pris par ordre alphabétique).
2. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, trouver le trafic maximum entre les villes E et L . La liste des chaînes augmentantes sera présentée en ordre décroissant des valeurs. Justifier la réponse en exhibant une coupe minimum.
3. Si maintenant les valeurs sur les arcs représentent leur coût, donner l'arbre des plus court chemins produit par l'algorithme de Dijkstra à partir du sommet E . Les étapes de l'algorithme seront représentées par un tableau montrant l'évolution des distances depuis E ainsi que le sommet choisi à chaque étape.
4. En oubliant l'orientation des arcs et en considérant les valeurs sur les arêtes comme des coûts, déterminer, à l'aide de l'algorithme de Prim, un arbre couvrant de poids minimum et indiquer l'ordre d'ajout des arêtes à l'arbre.

