Examen de l'option Image pour le Web

Licence 3 Informatique – 2^{nde} session (juin 2024)

Durée : 2 heures
Tous documents PERSONNELS autorisés – livres INTERDITS
Calculatrices autorisées – Téléphones et ordinateurs portables INTERDITS

Exercice 1 : coordonnées de texture (7 points / 20)

On considère un cube de côté 2, dont le repère local se situe en son centre (voir fig. 1). On demande de texturer ce cube :

- à l'aide d'une **projection sphérique de centre (0,0,0) et de rayon √3** = 1,7321,
- en y appliquant la texture (fig. 2), où les couleurs utilisées sont symbolisées par une lettre, de la façon suivante : Jaune (Y), Vert (V), Cyan (C), Rouge (R), Bleu (B) et Magenta (M).

Rappel : texturer un objet par projection sphérique de centre (0,0,0) et de rayon √3 revient à « enrouler » la texture (en lui donnant une forme de **sphère de rayon √3**) autour de l'objet.

Il faut construire une **fonction f** qui, à un point de l'espace (x,y,z) exprimé dans le repère de l'objet, y associe un point de la texture, exprimé dans le repère de la texture (u,v) : $f(x,y,z)=(u,v)$

On propose pour cela d'utiliser la fonction définie par :

$$f(x,y,z)=\left(\frac{\arctan 2(y,x)+\pi}{2\pi},\ \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}\right),\ \text{avec } r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

où les valeurs de **arctan2(y, x)** ∈]-π, π] et sont définies en fonction du **signe de x**. Elles peuvent être déterminées graphiquement par la fig. 3. Les valeurs renvoyées par la fonction **arccos** ∈ [0, π].

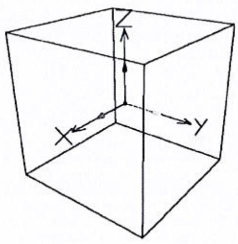


Fig. 1: Cube

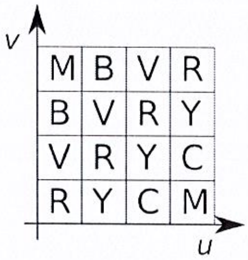


Fig. 2: Texture

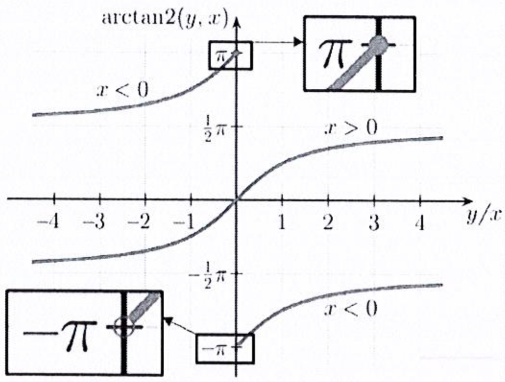


Fig. 3: **arctan2(y, x)** *en fonction de (y/x) et du signe de x*

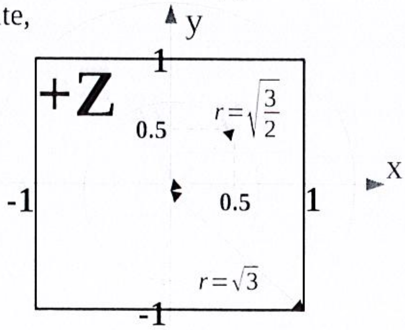
1. Pour pouvoir texturer la **face supérieure du cube** (lorsque z = 1), déterminer les valeurs de $f(-1,-1,1), f(0,-1,1), f(1,-1,1), f(1,0,1), f(1,1,1), f(0,1,1), f(-1,1,1)$ et $f(0,0,1)$

   Expliquez et interprétez ces résultats du point vue de l'application de la texture, puis en vous aidant du carré ci-contre, complétez la *fig. 4* de la page suivante, sachant que pour **z=1**, si :

   $r=\sqrt{2}=1{,}4142$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}2$

   $r=\sqrt{\frac{3}{2}}=1{,}2247$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=1/4$

   $r=1$ alors $\frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}3$



N° anonymat :

2. Faire de même pour texturer la **face inférieure du cube** (lorsque **z = -1**), sachant que si :

$$r=\sqrt{2} \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}8 \quad \text{et} \quad r=1 \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=0{,}7$$

$$r=\sqrt{\frac{3}{2}} \text{ alors } \frac{\arccos(z.r/\sqrt{3})}{\pi}=3/4$$

en complétant la *fig. 5* ci-dessous avec les couleurs à associer à chaque zone du carré correspondant à la **face inférieure du cube** (lorsque **z = -1**).

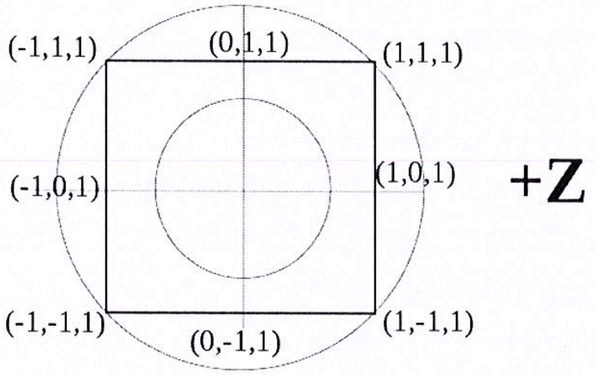


Fig. 4: **face supérieure du cube** (lorsque **z = 1**) à compléter en la texturant

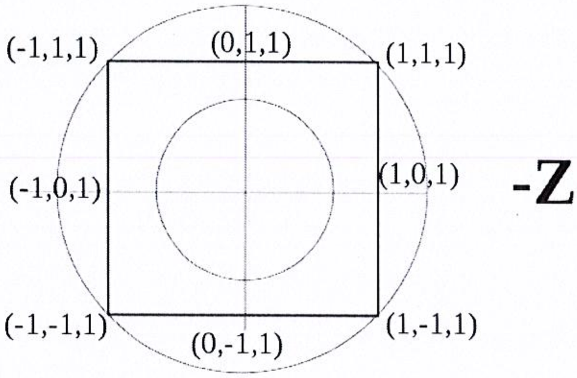


Fig. 5: **face inférieure du cube** (lorsque **z = -1**) à compléter en la texturant

Exercice 2 : Codage de Huffman (6 points / 20)

On cherche à déterminer le gain de compression par codage de Huffman.
On prend comme exemple la phrase : « AIDE TOI LE CIEL T AIDERA » (sans apostrophe pour simplifier) :

1. Donner le tableau de fréquences d'apparition des caractères
2. Donner un arbre de Huffman pour cette phrase
3. Donner le code de chaque lettre
4. Donner (en bits) la taille de la phrase non compressée (on suppose qu'un caractère est codé sur 8 bits)
5. Donner la taille de la phrase compressée
6. Donner le gain de compression

Exercice 3 : animation d'un piston (7 points / 20)

On veut animer un piston d'un moteur de voiture. Pour cela, nous utiliserons une représentation simplifiée du piston (illustrée à la *fig. 6 :* page suivante). Pour cette animation, les valeurs connues sont (cf. *fig. 6*) :

- la hauteur (hp = 3.5) et le diamètre (dp = 2) du **piston** (représenté par un cylindre : rectangle noir en haut du schéma). Les seuls mouvements possibles pour le piston sont des translations verticales (Axe *y*),
- la longueur (lb = 5.5) de la **bielle**, représentée par un cylindre de diamètre db = 0.3. La bielle est fixée au centre de la base du piston (point P) et sur un point du contour extérieur de la roue (point R),
- le rayon de la **roue** r = 2,

- et l'**angle de rotation** α de la bielle sur la roue, qui dépend linéairement du temps.

Avant de réaliser une animation, il faut d'abord déterminer progressivement les autres grandeurs indiquées sur le schéma de la page suivante, à partir des valeurs précisées ci-dessus et en fonction de l'angle α.

1) Déterminer les expressions des longueurs *cx* et *cy* en fonction de α.
2) Exprimez l'angle θ en fonction de *cx* et *lb*, en déduire l'expression de θ en fonction de α et lb, puis l'expression de *by* en fonction de α et lb.
3) Calculer la position du piston le long de l'axe y (cy + by) pour quelques valeurs de α entre 0 et 360°.
4) Représentez dans un même repère la progression de l'ordonnée des points P et R en fonction des valeurs de α (compris entre 0 et 360°). Même chose pour l'abscisse du point R (à représenter dans un autre repère).

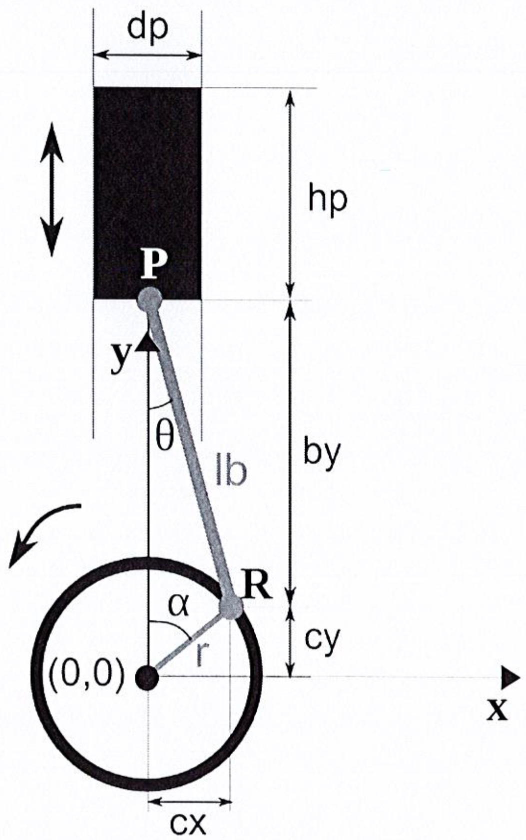


Fig. 6: représentation simplifiée d'un piston

5) On suppose maintenant que l'animation :
   - démarre à $t = 0$ en $\alpha = 0°$: position haute du piston où R est en (0,2),
   - et fait tourner la bielle d'un tour complet en 1 seconde.

   Quelles équations paramétriques (en fonction du paramètre t) doit-on considérer pour connaître à tout moment la position (selon les axes x et y) des points P et R ? Justifiez.