

CONTRÔLE TERMINAL DÉCEMBRE 2023

documents autorisés : une feuille A4 manuscrite recto-verso

Durée : 2h

Ex 1 (3 pts) : On cherche à afficher les nombres de 1 à n , écrits sous forme binaire (constitués de 0 et de 1), en partant d'un constat simple : à partir d'un nombre binaire, on obtient un autre ayant un chiffre de plus en lui ajoutant 0 ou 1. Ainsi, si une file contient tous les nombres binaires à k chiffres, on défile l'un d'eux, on l'affiche, on lui ajoute un 0 ou un 1, on l'enfile à nouveau dans la file, on recommence avec le suivant ... et on obtient tous les nombres binaires à $k+1$ chiffres, ce qui permet de continuer ...

1) Dérouler "à la main" ce processus pour afficher les nombres binaires de 1 à 9, à partir d'une file contenant 1 au départ, en faisant apparaître l'état de la file à chaque étape.

2) Ecrire une fonction `bin_file(n)` appliquant ce processus et affichant les nombres binaires de 1 à n . On utilisera la classe `File` implémentée en TP, contenant les méthodes pour manipuler la file.

Ex 2 (1,5 pts) : On insère dans cet ordre les lettres 'A', 'L', 'G', 'O', 'R', 'I', 'T', 'H', 'M', 'E' dans un arbre binaire de recherche vide.

1) Dessiner cet arbre.

2) Quel type de parcours en profondeur permet de rencontrer les noeuds de cet arbre dans l'ordre alphabétique (ordre croissant sur les chaînes de caractères) ?

Ex 3 (7 pts) :

1) Donner la liste d'adjacence définissant le graphe orienté ci-contre.

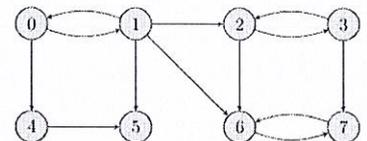
2) Écrire une fonction `graphe_transpose(G)` qui renvoie le transposé d'un graphe orienté G , c'est à dire le graphe dont tous les arcs sont inversés.

Par exemple, pour le graphe orienté ci-contre, l'appel de la fonction `graphe_transpose(G)` renvoie la liste d'adjacence `[[1], [0], [1, 3], [2], [0], [1, 4], [1, 2, 7], [3, 6]]`.

3) Quelle est la classe de complexité temporelle de cette fonction ?

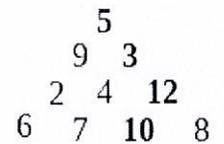
4) Effectuer "à la main" un parcours en profondeur du graphe orienté ci-dessus, à partir du sommet 1, en faisant apparaître l'état des structures de données utilisées lors de chaque itération.

5) Ecrire une fonction récursive `dfs_rec(G, s)` effectuant un parcours en profondeur d'un graphe G à partir du sommet s . On disposera des deux listes initialisées en dehors de la fonction : une liste `black` qui contiendra les sommets rencontrés, et une liste de booléens `vus` indiquant les sommets déjà visités (comme en CM).



Ex 4 (8,5 pts) :

On se donne un triangle T de taille n , constitué de n lignes d'entiers positifs, chaque ligne possédant un entier de plus que la précédente.



Il est modélisé par une liste de n listes, chaque sous-liste représentant une ligne du triangle. Ainsi, le triangle ci-contre correspond à la liste $[[5], [9, 3], [2, 4, 12], [6, 7, 10, 8]]$. On cherche une solution au problème suivant :

trouver un chemin qui mène du sommet à la base du triangle (en descendant uniquement selon les nombres adjacents sur la ligne du dessous), et dont le poids (somme des entiers rencontrés) est maximal.

Le chemin de poids maximal du triangle ci-contre est $5 \rightarrow 3 \rightarrow 12 \rightarrow 10$ car, parmi tous les chemins possibles, la somme maximale que l'on peut obtenir est $5 + 3 + 12 + 10 = 30$.

1) Combien de chemins différents existe-t-il du sommet à la base d'un tel triangle ? En déduire la classe de complexité temporelle d'un algorithme trouvant la solution à ce problème par "force brute". Une telle approche est-elle envisageable ?

2) Nous souhaitons résoudre ce problème en utilisant la technique dite de "programmation dynamique".

Pour cela, notons $(p_{i,j})_{0 \leq i < n, 0 \leq j \leq i}$ le poids maximal d'un chemin de $(0,0)$ à (i,j) dans T . Ces poids $p_{i,j}$ forment le triangle P des poids maximaux associé au triangle T . L'entier le plus grand situé sur la base (dernière ligne) de P donne le poids maximal de T recherché. De plus, un parcours de P à partir de cet entier jusqu'à son sommet (en remontant ligne par ligne) permet d'obtenir le chemin de poids maximal de T .

La relation de récurrence permettant de calculer chaque $p_{i,j}$ à partir de $t_{i,j}$ et d'autres termes

$$p_{i,j} \text{ déjà calculés est : } p_{i,j} = t_{i,j} + \begin{cases} 0 & \text{si } i=0 \\ p_{i-1,j-1} & \text{si } i=j \text{ et } i>0 \\ p_{i-1,j} & \text{si } j=0 \text{ et } i>0 \\ \max(p_{i-1,j}, p_{i-1,j-1}) & \text{sinon} \end{cases}$$

a) Donner le triangle P (constitué des poids $p_{i,j}$) correspondant au triangle ci-dessus.

b) On suppose qu'on dispose d'une fonction `calcul_p(T)` retournant la liste de listes représentant le triangle P , à partir de la liste de listes représentant le triangle T . Écrivez une fonction `max_chemin(T)` qui, à partir du triangle T , récupère le triangle P par un appel à `calcul_p(T)`, puis calcule et retourne le chemin de poids maximal de T (sous forme d'une liste), et le poids maximal associé.

3) Quelle autre technique algorithmique (ou famille d'algorithmes) pourrait-on utiliser pour tenter de résoudre ce problème ?

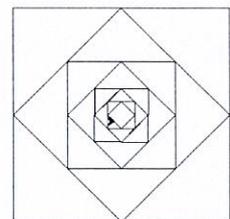
Appliquer cette technique "à la main" sur le triangle T donné ci-dessus, en détaillant.

Obtient-on une solution optimale ? Justifier.

Comparer les complexités temporelle et spatiale de cette stratégie par rapport à celles de la programmation dynamique, en argumentant.

Ex 5 (2 pts) : Bonus : A l'aide du module `turtle` de Python, écrire une fonction récursive `imbrique(c, n)` produisant le type de figure ci-contre, constituée n carrés imbriqués. Le paramètre c est la longueur du côté du carré externe (exprimé en nombre de pixels).

Chaque carré imbriqué dans le précédent (de côté c) a pour côté $c \frac{\sqrt{2}}{2}$.



Contrôle terminal CHIM3B

Calculatrices autorisées. Il sera tenu compte du français et de la présentation dans la notation des copies

A - Structure cristallographique d'un alliage de titane (45 min / 7,5 points)

Données : $N = 6.022.10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Atome	Ti	Al	Ni
Rayon atomique (pm)	147	143	124
Masse molaire (g.mol ⁻¹)	47,9	26,98	58,70

On considère l'alliage de formule $\text{Al}_x\text{Ni}_y\text{Ti}_z$ particulièrement utilisé dans l'aéronautique. Le titane y est présent sous une forme dite β , où il occupe tous les nœuds d'un réseau cubique à faces centrées. Les atomes d'aluminium occupent la totalité des sites octaédriques, et ceux de nickel occupent les sites tétraédriques. Le paramètre de la maille ainsi formée vaut $a = 589 \text{ pm}$

A1. Sur le document joint représenter précisément la maille conventionnelle du réseau cristallin de cet alliage, ainsi que sa projection cotée selon z sur le plan (Oxy) (figure de droite).

A2. Déterminer la multiplicité de chaque élément dans la maille représentée, ainsi que la formule de l'alliage.

A3. Déterminer la coordinence des atomes d'aluminium et de nickel.

A4. Par rapport à quel autre atome (plus proche voisin) est définie la coordinence des atomes de titane ? Donner la valeur de cette coordinence.

A5. Exprimer en fonction des rayons atomiques et du paramètre de maille la compacité de cette structure. Calculer cette compacité.

A6. Calculer la masse volumique de cet alliage.

A7. Au regard des données pourrait-on envisager le même type d'alliage dans lequel les atomes de nickel occuperaient des sites octaédriques et les atomes d'aluminium des sites tétraédriques ?

B – Diagramme de phases Ag-Au (45 min / 7,5 points)

L'argent et l'or sont miscibles en toutes proportions à l'état solide. La composition du diagramme d'équilibre solide/liquide de ce système est exprimée en **fractions molaires**.

Données :

Constituant	Argent (Ag)	Or (Au)
Masse molaire (g.mol ⁻¹)	108	197

On chauffe à la pression atmosphérique un alliage de **masse totale égale à 1000 g** dont la **fraction molaire en argent est 0,25**.

B1. D'un point de vue cristallographique, comment appelle-t-on le solide formé par Ag et Au, $S(\text{Ag,Au})$ qu'on chauffe? Quelles conditions doivent remplir Ag et Au pour être totalement miscibles à l'état solide.

B2. A quelle température apparait la première goutte de liquide et quelle est sa composition en **fraction molaire en argent**?

B3. Donner la température pour laquelle le dernier cristal de cet alliage est observé et déterminer sa composition en **fraction molaire en argent**.

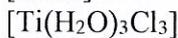
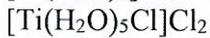
B4. Déterminer la composition des différentes phases en présence à 1040°C .

B5. Montrer qu'une **fraction molaire en argent de 0,25** correspond à **une fraction massique en argent de 0,155**.

B6. Calculer le **nombre de moles** de chacune de ces phases.

C – Composés de coordination (30 min / 5 points)

C1. Nommer les complexes suivants :



C2. Quel est le nombre de coordination de Ti dans l'ion $\text{Ti}(\text{H}_2\text{O})_6^{3+}$? Quelle est la géométrie correspondante à ce nombre de coordination ?

C3. Le numéro atomique (Z) de l'atome de Ti est 22.

c.3.1. Ecrire la configuration électronique de l'ion Ti^{3+} .

c.3.2. Dans le cas de la formation de l'ion complexe $\text{Ti}(\text{H}_2\text{O})_6^{3+}$, schématiser le remplissage des niveaux électroniques d'après le modèle du champ cristallin (indiquer précisément le nom de chaque groupe d'orbitale).

c.3.3. Quelle est la couleur de l'ion complexe $\text{Ti}(\text{H}_2\text{O})_6^{3+}$, en sachant qu'il présente une bande d'absorption à 510 nm (vert) ?

C4. Calculer la constante de formation de l'ion complexe $[\text{Ni}(\text{NH}_3)_4]^{2+}$, en ayant à disposition les données suivantes :

- $E^\circ(\text{Ni}^{2+}/\text{Ni}_{(s)}) = -0,257 \text{ V/ENH}$
- $E^\circ([\text{Ni}(\text{NH}_3)_4]^{2+}/\text{Ni}_{(s)}) = -0,515 \text{ V/ENH}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- Constante de Faraday : $F = 96500 \text{ C}$

N° d'anonymat :

