

Examen - L2 Session 1 - Info4C - Durée 2H

Université de Bourgogne - 2023/24

Tous les documents sont autorisés

Partie I (12pts)

Exercice 1 (5 pts)

A. Donner la forme close et la fonction génératrice pour les suites :

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ -1 & \text{si } n = 1 \\ a_{n-1} + 2a_{n-2} & \text{si } n \geq 2, \end{cases}$$

et

$$b_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ -1 & \text{si } n = 1 \\ 1 & \text{si } n = 2 \\ -b_{n-1} - b_{n-2} - b_{n-3} & \text{si } n \geq 3. \end{cases}$$

B. Quelle relation existe entre les suites a_n et b_n ?

Exercice 2 (3 pts)

Trouver la forme close et la fonction génératrice pour la suite :

$$c_n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ 4 \cdot c_{n-1} + 3 \cdot 2^n & \text{si } n > 0. \end{cases}$$

Exercice 3 (4 pts)

A. (i) Combien de mots peut-on obtenir en permutant les lettres du mot 'tartiflette' ?

(ii) Même question si on interdit que deux lettres identiques soient côte-à-côte.

B. Un fermier veut travailler 5 jours par semaine. On appelle emploi du temps l'ensemble des 5 jours travaillés. Combien y a-t-il d'emplois du temps où le fermier se repose au moins un jour du week-end ?

Partie II (8pts)

Exercice 4 (4pts): Soit E l'ensemble des couples (x, y) où x et y sont des entiers positifs ou nuls inférieurs ou égaux à 3. On définit sur E la relation $(x, y) \sim (u, v) \iff 2 \text{ divise } x - u \text{ et } 4 \text{ divise } y - v$. Montrer que \sim est une relation d'équivalence sur E . Déterminer l'ensemble quotient E/\sim .

Exercice 5 (4pts): On considère la relation \mathcal{S} définie sur l'ensemble des couples (x, y) où x et y sont deux entiers strictement positifs: $(x, y)\mathcal{S}(a, b)$ si et seulement si on a : $x \leq a$, et b divise y .

- 1) Est-ce une relation d'ordre? Justifiez votre réponse.
 - 2) Dessiner le diagramme de Hasse pour l'ensemble des couples (x, y) où $1 \leq x \leq 4$ et $1 \leq y \leq 4$.
 - 3) Est-ce un treillis? Si oui, est-il distributif?
-