Introduction à la physique statistique – Juin 2024

Question 1 – 12 points

a) Démontrez que la loi de distribution binomiale peut s'approximer par une distribution Gaussienne et justifiez votre réponse.

b) Définir l'entropie statistique dans l'ensemble micro-canonique et démontrez quelle est maximum pour des états équiprobables.

Question 2 – 8 points

Le mouvement Brownien d'une particule micrométrique de masse m dans l'eau est décrite par l'équation de Langevin :

$$\vec{F} = -\alpha \frac{\partial \vec{r}(t)}{\partial t} + \vec{f}(t)$$

où α est un coefficient de friction qui dépend de la viscosité du liquide et des caractéristiques de la particule et $\vec{f}(t)$ est la force aléatoire de Langevin qui obéit à une distribution de probabilité Gaussienne centrée sur l'origine.

a) Soit $\Delta\vec{r}(t)$, le déplacement de la particule dans un laps de temps t, démontrez que

$$\langle [\Delta\vec{r}(t)]^2 \rangle = \frac{6k_BT}{\alpha}\left[t + \tau\left(\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - 1\right)\right]$$

où $\tau = \frac{m}{\alpha}$ et $\langle \square \rangle$ est une moyenne dans l'ensemble canonique.

b) Considérez les deux cas limites $t \ll \tau$ et $t \gg \tau$ et montrez que le coefficient de diffusion D de la particule dans le liquide est D=$\frac{k_BT}{\alpha}$.