

Session 2 - Mardi 18 juin 2024 (45 min.)

2 exercices à traiter - Calculatrices autorisées

Exercice 1 : Méthode de Newton

La méthode de Newton est une méthode numérique itérative utilisée pour résoudre une équation non linéaire du type $f(x) = 0$. Elle utilise la propriété de dérivabilité de la fonction f et est définie par la suite numérique suivante :

$$\begin{cases} x_0 \text{ donné} \\ x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \end{cases}$$

La racine vraie de l'équation est obtenue théoriquement qu'après un nombre infini d'itérations.

Questions de cours

1. Décrire par un schéma précis le calcul des itérations successives par la méthode de Newton.
2. Quel est le test d'arrêt sur cette méthode si on recherche la solution de l'équation $f(x) = 0$ avec une certaine tolérance ϵ ?
3. Citer une autre méthode permettant de résoudre ce type d'équations.
4. Soit $\tilde{\alpha}$ la valeur numérique approchée de la racine vraie α . Rappeler les définitions de l'erreur absolue e_{abs} et relative e_{rel} en fonction de α et $\tilde{\alpha}$.

Application

On cherche à déterminer une valeur approchée de $\sqrt{2}$ par la méthode de Newton. Pour cela, on cherche à résoudre numériquement l'équation $x^2 - 2 = 0$.

1. A partir de la formule de récurrence donnée ci-dessus, montrer que :

$$x_{i+1} = \frac{1}{2} \left(x_i + \frac{2}{x_i} \right)$$

2. Calculer numériquement les 3 premiers termes de la suite x_1, x_2, x_3 en partant de $x_0 = 2$. Vous donnerez pour chaque itération la valeur exacte et la valeur approchée à 10^{-3} près.
3. Calculer l'erreur absolue pour chacun des termes $|x_i - \sqrt{2}|$ et l'exprimer en puissance de 10. Conclure.

Exercice 2 : Programmation

Le calcul numérique de l'intégrale d'une fonction f sur un intervalle $[a, b]$ par la méthode des rectangles est donnée par l'expression

$$I_R = h \sum_{i=1}^N f(x_i)$$

avec x_i la variable x discrétisée sur l'intervalle $[a, b]$ en $N + 1$ points et h le pas de discrétisation.

1. Écrire une fonction MATLAB/Octave d'en-tête fonction `IR=rect(f, a, b, N)` qui effectue le calcul numérique de l'intégrale à partir de la formule donnée ci-dessus. Les entrées de la fonction `rect` sont : la fonction f , les valeurs des extrémités de l'intervalle $[a, b]$ et le nombre de segments de discrétisation N . La sortie de la fonction `rect` est la valeur numérique de l'intégrale I_R .
2. Écrire le script correspondant au calcul de l'intégrale de la fonction $f(x) = x^3$ sur l'intervalle $[0, 1]$ avec 1000 rectangles, en utilisant la fonction MATLAB `rect` définie ci-dessus.

Nom Prénom :

Université de Bourgogne
Licence L2 – 2023-2024

Départements de Physique et de Chimie
Physique et Chimie sur ordinateur

Examen de IsPC4a – 2^{ième} session

18 juin 2024 – durée 0H45

Calculatrice interdite - Document autorisé : Polycopié de Matlab

Partie I. Question à choix multiple (1 réponse juste par question : 0.5 pt)

Barrez les réponses fausses

Question 1. Étant donné $A = \text{linspace}(1, 10, 5)$, quelle est la commande à utiliser pour lister tous les éléments de A sous la forme d'un vecteur colonne

1. A'
2. A
3. A*
4. A(1:5)

Question 2. Examiner le script suivant :

```
A=1 ;  
for k=1 :2  
    A=[A , A*k] ;  
end ;  
B=A
```

Quelle est la valeur de B à la fin du programme ?

1. $B = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$
2. $B = [1 \ 1 \ 2 \ 2]$
3. $B = [1 \ 2 \ 3]$
4. B est un vecteur colonne contenant 1 2 3

Question 3. Quelle est l'une des différences entre un script et une fonction ?

1. seul un M-file de type fonction peut être exécuté à partir de la fenêtre de commande
2. un M-file de type fonction ne requiert pas d'arguments en entrées
3. seul un M-file permet de définir une fonction
4. les noms des variables d'un M-file de type fonction n'ont de sens qu'à l'intérieur de la fonction, alors que les variables d'un script sont accessibles dans la fenêtre de commande et pour les autres programmes tant qu'on ne les a pas effacées.

Remarque : un M-file est un fichier avec une extension .m

Question 4. Combien d'erreurs se trouvent dans le script suivant :

```
clear all ; close all ; lcl;  
A(0)=1;  
A(1)=2;  
display(A)
```

1. 0 erreur
2. 1 erreur
3. 2 erreurs
4. 3 erreurs

Question 5. Quel est le résultat de $a=[1 \ 0 \ 2]$; $b=[3 \ 0 \ 7]$; $c=a.*b$?

1. $[2 \ 0 \ 21]$
2. $[3 \ 0 \ 14]$
3. $[14 \ 0 \ 3]$
4. $[7 \ 0 \ 3]$

Question 6. Quelle est la suite d'instructions à utiliser pour calculer le maximum numérique d'une fonction f (supposée déjà définie dans un M-file avec la possibilité d'agir sur un tableau) sur un intervalle $[a,b]$ discrétisé par 100 points.

1. $x=\text{linspace}(a,b,100)$; $y=f(x)$; $y_{\max}=\max(y)$
2. $x=\text{linspace}(a,b,100)$; $y=f(x)$; $y_{\max}=\max(y')$
3. $x=\text{linspace}(a,b,100)$; $y=f(x)$; $[y_{\max},i_{\max}]=\max(y)$; $x_{\max}=x(i_{\max})$
4. Aucune des 3 réponses précédentes.

Question 7. Quel est le résultat de l'opération suivante ? $3*4/4*3/3-1$

1. 0
2. 8
3. 2
4. 0.6666666666666667

Question 8. Soit le code :

```
p = 0;  
k = -3;  
while p < 5  
    k = k+1;  
    p = p+2*k;  
end
```

À la sortie de la boucle, que vaut la variable k ?

1. k vaut 2
2. k vaut 3
3. k vaut 4
4. La boucle ne s'arrête jamais

Question 9. On veut calculer les volumes de plusieurs cylindres admettant le même rayon $r=3$ et dont les hauteurs sont listées dans le tableau $h=[1,2,3]$, quelle est la commande à utiliser ?

1. $r=3$; $h=[1,2,3]$; $V=p*r^2*h(1,2,3)$
2. $r=3$; $h=[1,2,3]$; $V=p*r^2*h$
3. $r=3$; $h=[1,2,3]$; $V=pi.*r.^2.*h(1,2,3)$
4. $r=3$; $h=[1,2,3]$; $V=pi*r^2*h$

Question 10. Quelle expression Matlab donne comme résultat 1 :

1. $\cos(180)$
2. $\cosd(\pi)$
3. $\sin(-\pi/2)$
4. Aucune de ces propositions

Question 11. Quelle est la signification de Matlab ?

1. Math Laboratory
2. Matrix Laboratory
3. Mathworks
4. Aucune de ces propositions

Question 12. Quelle commande efface toutes les variables stockées dans la mémoire

1. `clc`
2. `clear all`
3. `close all`
4. Aucune de ces propositions

Question 13. Si $v=[1\ 2\ 3\ 4 ; 11\ 24\ 92\ 100 ; 345\ 65\ 90\ 1]$. Quelle sera la valeur de a si l'on tape l'instruction suivante dans matlab `>> [a b]=size(v)` ?

1. 1 2 3 4
2. 3
3. 1
4. 4

Question 14. Pour afficher 'Question 2' dans la fenêtre de commande, quelle est l'instruction correcte ?

1. `disp(Question 2)`
2. `display('Question 2')` ;
3. `disp('Question 2')`
4. `Question 2`

Question 15. Soit la fonction Matlab enregistrée dans le fichier prink.m

```
function [f g]=prink(x,y)
f=x.^-0.5;
g=y+f.^2;
end
```

Laquelle des propositions appelle correctement la fonction prink et enregistre les résultats dans F et G.

1. F,G=prink(2,3) ;
2. [FG]=prink([2 3]);
3. [FG]=prink(2 3);
4. [F G]=prink(2,3);

Question 16. Que retourne la fonction abs dans Matlab ?

1. la puissance d'un nombre
2. la valeur absolue d'un nombre
3. la racine carrée d'un nombre
4. Aucune de ces propositions

Question 17. Quelle est l'expression à utiliser pour affecter la valeur bonjour à la variable A de type caractère ?

1. A='bonjour'
2. A="bonjour"
3. A=#bonjour#
4. A=bonjour

Question 18. Quelle est la commande qui permet d'afficher le nombre de ligne et de colonnes d'une matrice A non carrée ?

1. size(A)
2. rank(A)
3. length(A(:, :))
4. Aucune de ces propositions

Question 19. Lequel de ces calcul Matlab donne comme résultat 1 :

1. $1+4/5$
2. $6/2*3$
3. $3^2/3*3$
4. Aucune de ces propositions

Question 20. Quelle est la différence entre le produit matriciel et le produit terme à terme

1. Aucune différence
2. Le produit matriciel opère sur des matrices quelconques et le produit terme à terme sur des tableaux ayant les mêmes dimensions
3. Le produit matriciel est exécuté par la commande * et le produit terme à terme par .*
4. Le produit terme à terme ne peut s'effectuer que lorsque le nombre de colonnes de la matrice à gauche est égal au nombre des lignes de la matrice à droite

Partie II.

Exercice 1 (4 pts)

Écrire un script qui :

1. Trace sur un même graphique $f(x) = x \cdot \sin(1/(x+1))$ et $g(x) = x \cdot \cos(1/(x+1))$ pour x dans l'intervalle $[-0.5, 0.5]$. La première fonction sera tracée avec un trait plein de couleur vert et la seconde fonction en pointillé de couleur rouge.
2. Ajoute sur ce graphique, par commandes Matlab (et non pas à la souris), un titre, des annotations des axes horizontal et vertical, et une légende pour les courbes.

III. Exercice 2 (3 pts)

Soit le vecteur r contenant 100 nombres entiers aléatoires : `r=randi([1,1000],1,100);`

Écrire un script qui demande à l'utilisateur un nombre et calcule son nombre d'occurrences dans r .

On souhaite rechercher et afficher nombre d'occurrences (= nombre d'apparitions) d'un nombre dans le vecteur r .

Vous n'utiliserez pas la commande **find** de Matlab mais vous écrirez un script qui effectue cette recherche avec une boucle **for**.

III. Exercice 3 (3 pts)

Soit le vecteur r contenant 100 nombres entiers aléatoires : `r=randi([1,1000],1,100);`

On souhaite rechercher et afficher la plus petite valeur contenue dans le tableau r .

Vous n'utiliserez pas la commande **min** de Matlab mais vous écrirez un script qui effectue cette recherche avec une boucle **while**.