Université de Bourgogne 2023-2024
L1 Sciences & Techniques - Physique Générale 1a (Phys1A2)
Contrôle continu - 1h30 - calculatrice autorisée - aucun document
Lors des applications numériques, vérifier le nombre de ***chiffres significatifs*** *et l'****unité***

Exercice 1 – **(barème approximatif 3 points)**

NOM : Prénom :

1. La dimension d'une accélération est
   ☐ M. L.T^{-2}
   ☐ L.T^{-2}
   ☐ M.L.T^{-2}

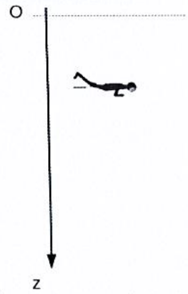
2. La dimension d'une force est
   ☐ M. L.T^{-2}
   ☐ L.T^{-2}
   ☐ M.L.T^{-2}

3. Le poids d'un objet
   ☐ est la manifestation de la gravitation terrestre
   ☐ est la manifestation d'un effet centrifuge lié à la rotation de la Terre
   ☐ est la manifestation de la gravitation terrestre et d'un effet centrifuge lié à la rotation de la Terre

Exercice 2 – **Saut de Felix Baumgartner (barème approximatif 7 points)**

En octobre 2012, l'autrichien Felix Baumgartner s'élance en chute libre d'un ballon sonde ayant atteint l'altitude de 39 km. Il acquiert la vitesse de $340\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$ au bout de 42 s de chute libre. Pour modéliser sa chute libre, le sauteur est assimilé à une masse m repérée par son altitude z (voir la figure). On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. On néglige la poussée d'Archimède mais on tient compte du poids et d'une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ où α est le coefficient de frottement.

Données $m = 80\,\mathrm{kg}$; $\alpha = 15\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$; $g = 9{,}81\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}$; $C = 0{,}20\,\mathrm{kg\cdot s^{-1}}$; $h = 8{,}0\,\mathrm{km}$; $H_0 = 39\,\mathrm{km}$.



1. a) Préciser le référentiel d'étude. Faire un schéma en indiquant les forces.
   b) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v.
   c) Montrer qualitativement que la vitesse tend vers une valeur limite que l'on notera v_∞. La calculer.
2. Cette valeur est nettement inférieure à la vitesse réellement atteinte par Felix Baumgartner. Une modélisation plus réaliste de la force de frottement est

$$\vec{f} = -Cv^2 e^{-(H_0-z)/h}\vec{u}_z$$

cette expression tient compte de la vitesse élevée atteinte lors de la chute libre (comportement en v^2) mais aussi de la raréfaction de l'air à haute altitude, d'où des frottements réduits (comportement exponentiel).
a) Déterminer la nouvelle équation différentielle vérifiée par la vitesse v et en déduire la nouvelle expression de la vitesse limite. Montrer qu'elle s'écrit

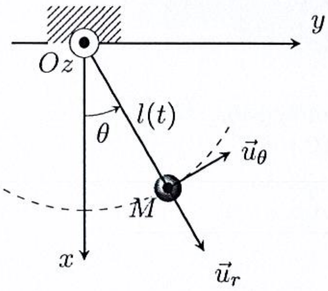
$$v_\infty = \sqrt{\frac{mg}{C}} e^{(H_0-z)/2h}$$

b) Calculer la nouvelle vitesse limite sachant qu'elle est atteinte pour $z = 12\,\mathrm{km}$. Conclure.

Exercice 3 – **Mouvement pendulaire d'un sac de sable (barème approximatif 10 points)**

Un sac de sable de masse m utilisé pour la construction d'une maison, assimilé à un point matériel M, est déplacé par une grue grâce à un treuil. On néglige la masse du câble et les frottements de l'air et on suppose que le système se comporte comme un pendule simple de longueur variable, le câble étant enroulé sur le treuil à vitesse constante (voir le schéma ci-dessous). La longueur l du câble varie selon l'équation horaire : $l(t) = l_0 - v_0 t$ (le sac remonte). On se place dans une base polaire d'origine O et de vecteurs mobiles $\vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$. On souhaite établir l'équation différentielle vérifiée par $\theta(t)$ et commenter la solution obtenue par analyse numérique.

Données : $m = 200\,\text{kg}$; $g = 9{,}81\,\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$; $l_0 = 20{,}0\,\text{m}$; $v_0 = 1{,}00\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.



1. a) Donner les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération dans la base polaire en fonction de $l_0, v_0, \dot\theta$ et $\ddot\theta$.
   b) Montrer que l'accélération se met sous la forme

$$\vec{a} = \left| \begin{array}{ll} -l(t)\dot\theta^2 & \vec{u}_r \\ -2v_0\dot\theta + l(t)\ddot\theta & \vec{u}_\theta \end{array} \right.$$

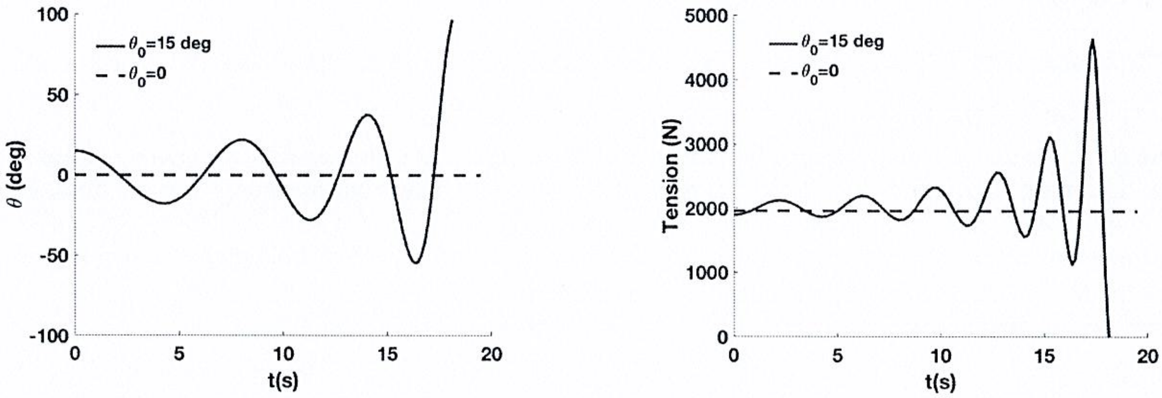


Fig. 1: a) Angle $\theta(t)$ et b) tension du fil T au cours de la montée du sac pour deux conditions initiales : $\theta_0 = 0$ (pointillées) ou $\theta_0 = 15$ deg (ligne continue).

2. a) Préciser le référentiel d'étude. Faire un schéma et indiquer les forces s'exerçant sur M.
   b) Etablir l'équation différentielle que suit θ.

$$\ddot\theta - \frac{2v_0}{l(t)}\dot\theta + \frac{g}{l(t)}\sin\theta = 0$$

   c) La figure 1a) représente la résolution numérique de cette équation différentielle.
   - Quelles sont la trajectoire et la vitesse de montée du sac si $\theta_0 = 0$? En déduire la nature du mouvement.
   - Si $\theta_0 = 15$ deg, les oscillations peuvent devenir importantes. Lire approximativement sur la figure 1a) l'angle maximal atteint au cours de la montée . Commenter

3. a) Exprimer la tension du câble en fonction de $m, g, l(t), \theta$ et $\dot\theta$.
   b) Calculer la tension initiale pour $\theta_0 = 15{,}0$ deg$= 0{,}262$ rad et $\dot\theta(0) = 0{,}00$.
   c) La figure 1b) présente la tension en fonction du temps. On observe que le tension s'annule vers $t = 18$ s. Le fil n'est alors plus tendu. Que peut-il se passer alors ?
   d) Lire approximativement sur la figure 1b) la tension maximale atteinte au cours de la montée. La comparer au poids du sac. Commenter.