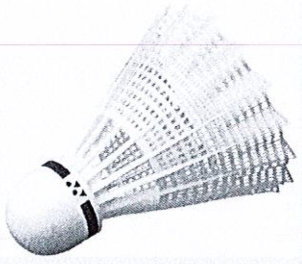
Université de Bourgogne 2023-2024
L1 Sciences & Techniques - Physique Générale 1a (Phys1A2)
2^{nde} session- 1h30 - calculatrice autorisée - aucun document
Lors des applications numériques, vérifier le nombre de ***chiffres significatifs*** *et l'****unité***

Badminton

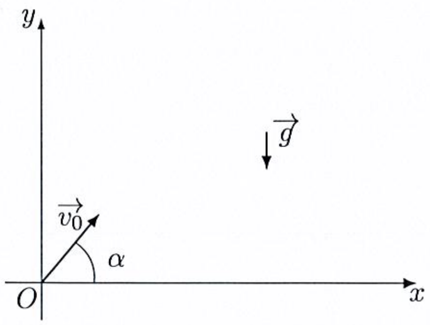
Les deux parties sont indépendantes.

Le badminton est un sport dans lequel les joueurs frappent un projectile, appelé volant, à l'aide d'une raquette. Le but de ce problème est de proposer une modélisation simpliée de la trajectoire du volant sous l'effet conjugué de la pesanteur et de la résistance de l'air, et de confronter le modèle aux résultats d'une expérience. On négligera la poussée Archimède dans tout le problème. Le volant sera assimilé à un point matériel M de masse m.



Données $m = 5{,}0\,\mathrm{g} = 5{,}0 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{kg}$; $v_0 = 55\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$; $\alpha = 52° = 0{,}91\,\mathrm{rad}$;
$g = 9{,}8\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$; $\lambda = 0{,}22\,\mathrm{m}^{-1}$

I-Étude de la trajectoire en l'absence de résistance de l'air (barème approx 13 points)



On néglige dans un premier temps la force de freinage exercée par l'air. On lance depuis le sol le volant de masse m avec une vitesse initiale $\vec{v}_0$, dans une direction faisant un angle α avec le plan du sol, horizontal. Le volant est initialement au point O, que l'on choisit comme origine des positions.

1. Donner les expressions littérales des composantes horizontale v_{0x} et verticale v_{0y} du vecteur $\vec{v}_0$ en fonction de v_0 et α.

2. a) Par application du PFD à un instant t, déterminer les deux composantes de l'accélération de M.
b) En déduire, compte tenu des conditions initiales, les composantes du vecteur vitesse.
c) En déduire, les équations horaires du mouvement de M $x(t)$ et $y(t)$, en tenant compte des conditions initiales $x(0) = 0$ et $y(0) = 0$.

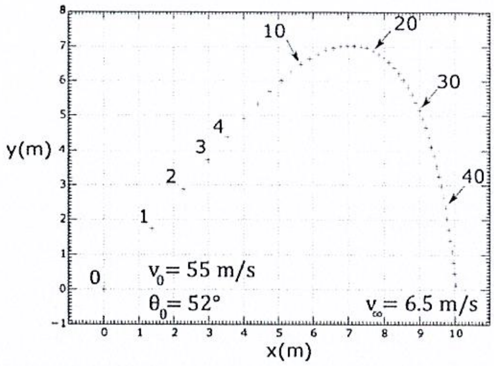
3. a) Déterminer le temps t_f pour lequel le volant retombe sur le sol en fonction de v_0, g et α. Le calculer.
b) Calculer les composantes horizontale $v_x(t_f)$ et verticale $v_y(t_f)$ de la vitesse au moment où le volant touche le sol. En déduire la norme de la vitesse $v(t_f)$ à cet instant.
c) Montrer que la portée du tir (distance horizontale à laquelle le volant retombe sur le sol), notée L_0, s'écrit [On rappelle que $\sin(2\alpha) = 2\sin(\alpha)\cos(\alpha)$].

$$L_0 = \frac{v_0^2}{g}\sin(2\alpha)$$

Vérifiez l'homogénéité dimensionnelle de cette expression.
Calculer L_0.

II-Prise en compte de la résistance de l'air dans le modèle (barème approx 7 points)

La figure ci-contre présente un relevé expérimental de la trajectoire. Les positions successives du volant sont indiquées toutes les 50 ms. Les axes sont gradués en mètres. Sur la figure, sont également indiquées les vitesses initiale v_0 et finale v_∞.



1. Donner le temps de vol et la portée réelle du tir. Justifiez que le modèle précédent ne décrit pas correctement le comportement expérimental du volant.
2. On tient compte de la résistance de l'air, modélisée par l'expression

$$\vec{F} = -\beta v^2 \vec{u}$$

β est un coefficient de frottement et $\vec{u}$ un vecteur unitaire colinéaire à la vitesse.

a) Établir que la vitesse est régie par l'équation différentielle *vectorielle*

$$\frac{d\vec{v}}{dt} + \lambda v^2 \vec{u} + g\vec{u}_y = \vec{0}$$

où λ est une constante à exprimer en fonction de β et m.
b) En déduire que le volant atteint une vitesse limite

$$\vec{v}_\infty = -\sqrt{\frac{g}{\lambda}}\vec{u}_y$$

c) Calculer sa norme v_∞. La comparer à la valeur mesurée. Conclure sur l'amélioration du modèle.