

Lors des applications numériques, vérifier le nombre de chiffres significatifs et l'unité

Exercice 1 – (barème approximatif 8 points)

NOM :

Prénom :

1. L'unité d'une impédance est :

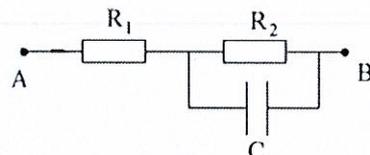
- le farad
- le henry
- le ohm

2. L'impédance complexe associée à un condensateur de capacité C , à la pulsation ω vaut :

- C
- $jC\omega$
- $\frac{1}{jC\omega}$

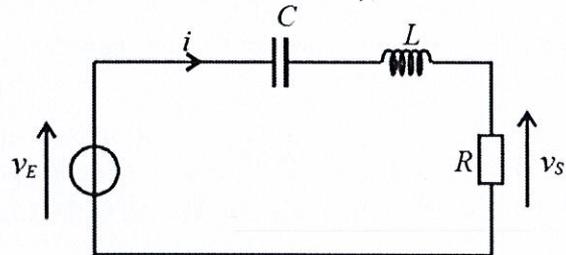
3. L'impédance complexe du circuit ci-contre vaut :

- $Z_{AB} = R_1 + R_2 + jC\omega$
- $Z_{AB} = R_1 + \frac{1}{R_2 + 1/jC\omega}$
- $Z_{AB} = R_1 + \frac{1}{1/R_2 + jC\omega}$



4. Le circuit suivant est alimenté par un GBF délivrant une tension sinusoïdale $v_e(t) = V_e \cos \omega t$.

Données : $R = 10 \Omega$, $C = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; $L = 10 \cdot 10^{-3} \text{ H}$



a) Exprimer la fonction de transfert du circuit $H(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$ (faire la démonstration dans le cadre).

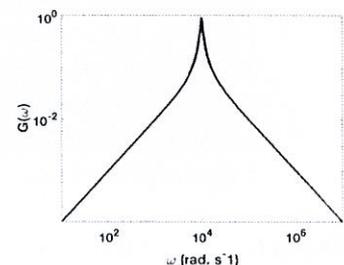
b) Exprimer le gain puis la pulsation de résonance ω_0 .

c) On calcule

- $\omega_0 = 1,0 \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- $\omega_0 = 7,2 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- $\omega_0 = 1 \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.
- $\omega_0 = 7 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

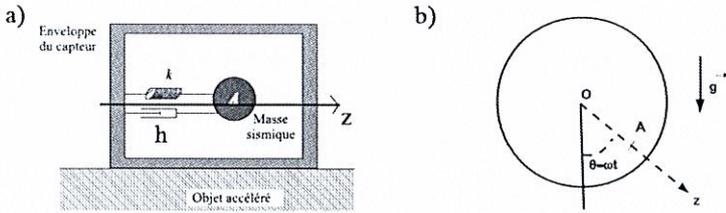
d) La figure ci-contre représente le gain de ce circuit. Quelle est la nature du filtre ?

- passe-bas
- passe-bande
- passe-haut



Exercice 2 – Accéléromètre (barème indicatif 6 pts)

On présente ici un modèle d'accéléromètre, installé sur une roue de TGV. Le modèle mécanique simplifié de l'accéléromètre est représenté sur la figure 1a). Une masse m , assimilable à un point matériel A, est reliée à l'enveloppe du capteur par des micro poutres élastiques de coefficient de raideur k et de longueur à vide l_0 . Le capteur est fixé sur une roue du train, à la distance R de son centre. On se place dans le référentiel lié à la roue. On admet que cela conduit à introduire une force centrifuge $\vec{f}_e = mR\omega^2\vec{e}_z$.



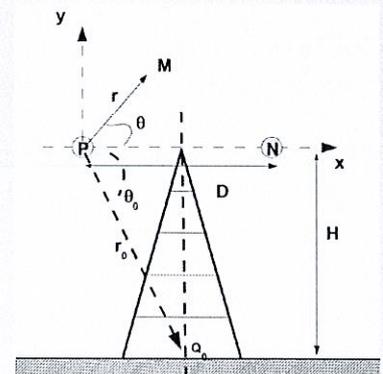
On note ω la vitesse angulaire de la roue. On peut montrer que l'équation différentielle régissant le mouvement de A s'écrit alors (admis) $\ddot{z} + 2\lambda\dot{z} + \omega_0^2 z = g \cos(\omega t)$

1. On cherche la forme de $z(t) = Z_0 \cos(\omega t + \Phi)$ en régime permanent. En utilisant les représentations complexes, établir la forme de l'amplitude $Z_0(\omega)$.
2. Montrer que la résonance apparaît pour $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$.
3. Exprimer et calculer l'amplitude à la résonance $Z_0(\omega_r)$.

Données : $\lambda = 1,13 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$; $\omega_0 = 7,53 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Exercice 3 – Champ à proximité d'une ligne très haute tension (barème indicatif 6 points + bonus 3 points)

On étudie le champ électrique à proximité d'une ligne très haute tension (THT). Afin de simplifier les calculs, on ne considère qu'une ligne monophasée, constituée de deux câbles cylindriques parallèles N et P , supposés de longueurs infinies. Les deux câbles ont pour rayon R et sont séparés d'une distance D grande devant R . On modélise la ligne électrique d'un point de vue électrostatique par deux fils rectilignes selon (Oz) , de longueur infinie, chargés avec les densités de charge linéique λ_L (câble P) et $-\lambda_L$ (câble N).



1. On détermine tout d'abord le champ électrique créé par le *seul* câble P . On repère un point M par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) . Le centre du câble P définissant l'origine du repère.
 - a) Quelle est la forme du champ électrique ?
 - b) A l'aide du théorème de Gauss, déterminer complètement l'expression du champ électrique au point M .
2. En procédant de même pour le câble N , on obtient au pied du pylone (admis, voir schéma)

$$\vec{E}_{tot} = \frac{\lambda_L}{\pi \epsilon_0 r_0} \cos \theta_0 \vec{e}_x$$

Calculer la distance r_0 et $\cos \theta_0$.

Calculer l'amplitude E_{tot} du champ électrique au pied du pylone.

En France, le champ électrique ne doit pas excéder $E_{max} = 5 \text{ kV} \cdot \text{m}^{-1}$ dans les lieux normalement accessibles. La ligne étudiée est-elle en accord avec la réglementation française ?

3. (question bonus 3 pts)

- a) Représenter le champ électrique créé par le câble P au pied du pylone (point Q_0).
- b) Sans faire de calcul, représenter le champ électrique créé par le câble N au pied du pylone.
- c) En déduire l'orientation du champ électrique total (créé par les câbles P et N) au pied du pylone et retrouver l'expression de \vec{E}_{tot} .

Données $D = 3,00 \text{ m}$; $R = 3,00 \text{ cm}$; $H = 15,0 \text{ m}$; $\lambda_L = 2,42 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot \text{m}^{-1}$; $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$