

NOM :

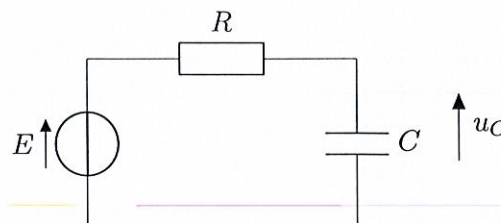
Prénom :

Exercice 1 – (barème approximatif 8 points)

1. On considère le circuit ci-contre. Le condensateur est initialement déchargé $u_c(0) = 0$.

Données : $R = 10 \Omega$; $C = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ F}$; $E = 12 \text{ V}$

a) Préciser le sens du courant dans le circuit (directement sur le schéma).



b) Etablir l'équation différentielle que suit $u_c(t)$ (faire la démonstration dans le cadre).

c) La tension aux bornes du condensateur est (admis) $u_c(t) = E(1 - e^{-t/\tau})$ où $\tau = RC$.

τ a la dimension :

d'une intensité $[\tau] = I$

d'un temps $[\tau] = T$

d'une intensité par unité de temps $[\tau] = I \cdot T^{-1}$

d) On calcule

$\tau = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

$\tau = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

$\tau = 1 \cdot 10^{-5} \text{ s}$

e) L'énergie stockée dans le condensateur est

$\mathcal{E} = CE^2$

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}CE^2$

$\mathcal{E} = \frac{1}{2}CE$

f) On calcule (plusieurs réponses possibles)

$\mathcal{E} = 7,2 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

$\mathcal{E} = 7,20 \cdot 10^{-5} \text{ J}$

$\mathcal{E} = 72 \mu\text{J}$

2. On souhaite établir la forme du champ électrique $\vec{E}(M)$ à proximité d'un fil vertical infini, portant une charge linéique λ . Dans le repère cylindrique $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$;

a) Les propriétés d'invariance imposent la forme suivante :

$\vec{E}(M) = \vec{E}(r, z)$

$\vec{E}(M) = \vec{E}(z)$

$\vec{E}(M) = \vec{E}(r)$

b) Les propriétés de symétrie imposent la forme suivante :

$\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_r$

$\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_\theta$

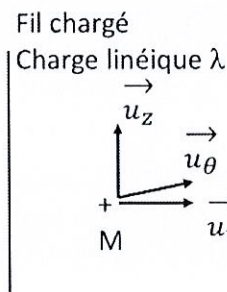
$\vec{E}(M) = E(M)\vec{u}_z$

c) L'unité de charge linéique λ est :

$\text{V} \cdot \text{m}^{-1}$

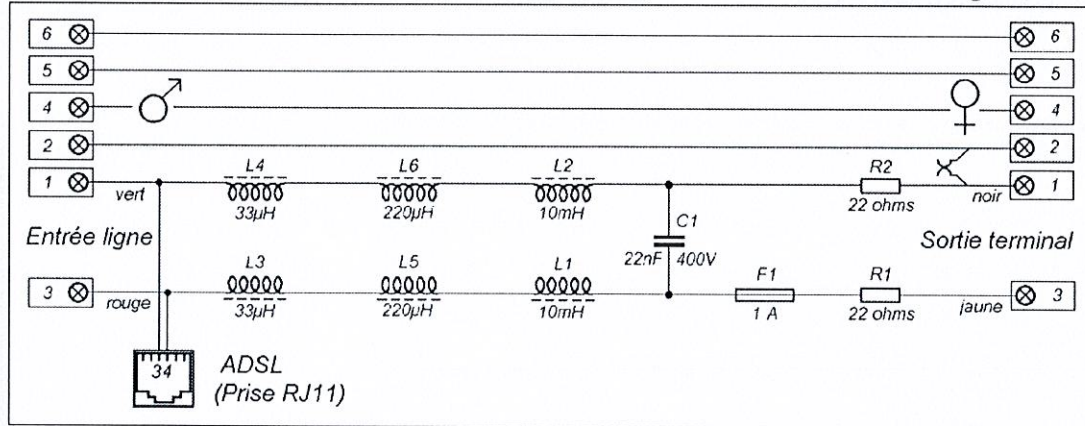
$\text{C} \cdot \text{m}^{-1}$

$\text{C} \cdot \text{V}^{-1}$



Exercice 2 – Filtre ADSL (barème indicatif 12 points)

Pour pouvoir simultanément téléphoner et utiliser internet, il faut équiper les prises téléphoniques d'un filtre ADSL. La figure ci-dessous représente le schéma du cablage électrique d'un filtre ADSL commercialisé (type « gigogne »). La partie de filtre qui nous intéresse est comprise entre les branches 1 et 3 (entrée ligne et sortie terminal). La résistance du téléphone branché à la sortie étant élevée ($600\ \Omega$, on peut considérer que l'intensité du courant est négligeable dans les branches R_1 et R_2 et le montage se ramène au filtre de la figure 1.



On considère finalement le filtre suivant. La tension d'alimentation et la tension de sortie s'écrivent respectivement $v_e(t) = U_e \cos \omega t$ et $v_s(t) = U_s \cos(\omega t + \varphi)$

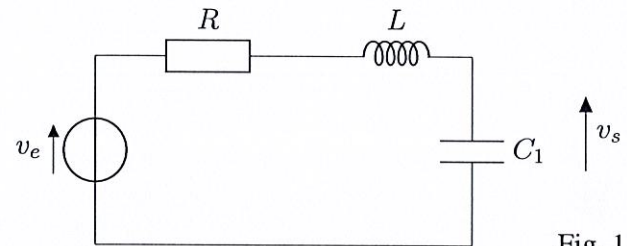


Fig. 1

- Rappeler les expressions des impédances complexes \underline{Z}_R d'une résistance R , \underline{Z}_C d'un condensateur de capacité C et \underline{Z}_L d'une bobine d'inductance L .
- Justifier que l'association des bobines L_4 , L_6 et L_2 (voir le schéma de cablage) est équivalent à une seule bobine d'impédance $L_{eq} = 10,253\ \text{mH}$ en régime sinusoïdal permanent.

Les bobines ne sont pas idéales et présentent une résistance équivalente $R_{eq} = 23,0\ \Omega$ (admis). Le même raisonnement étant valable pour la branche L_3, L_5, L_1 , la résistance totale du circuit de la figure 1 est $R = 1,5\ \text{k}\Omega$ et l'inductance totale du circuit de la figure 1 est $L = 20,506\ \text{mH}$ (admis).

- Exprimer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{v_s}{v_e}$
- a) Montrer que le gain peut se mettre sous la forme

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(1 - LC_1\omega^2)^2 + R^2C_1^2\omega^2}}$$

- Calculer $\lim_{\omega \rightarrow 0} G(\omega)$.
 - Établir la forme asymptotique $G(\omega) \sim_{\omega \rightarrow \infty} \omega_0^2/\omega^2$ avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC_1}$.
 - Calculer ω_0 puis $G(\omega_0)$.
- a) Tracer sur l'annexe (à rendre avec votre copie) l'asymptote haute-fréquence du gain puis tracer $G(\omega)$.
 - Quelle est la nature du filtre ? Établir graphiquement la pulsation de coupure ω_c telle que $G(\omega_c) = 1/\sqrt{2}$. Quelle est la fréquence f_c correspondante ?
 - Le téléphone, branché en sortie du filtre, ne doit récupérer que les sons audibles, de fréquences $f \leq 5,0\ \text{kHz}$ et ne pas recevoir les signaux internet de fréquences $f \geq 100\ \text{kHz}$. Ce filtre convient-il ?

Données $C_1 = 22 \cdot 10^{-9}\ \text{F}$, $L = 20,506 \cdot 10^{-3}\ \text{H}$; $R = 1,5 \cdot 10^3\ \Omega$.