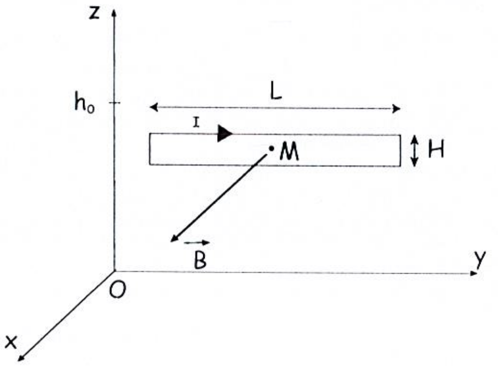
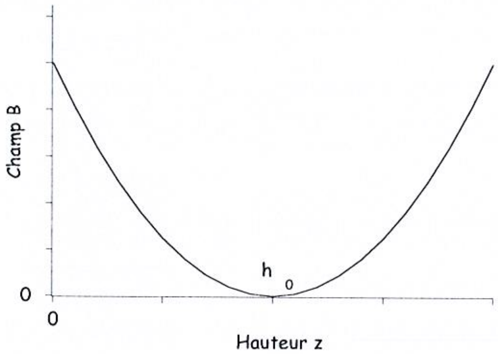
UNIVERSITÉ BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ — **Année 2023-2024**
U.F.R. Sciences et Techniques — 19 décembre 2023
Licence 2^e année - Mention Science de la matiére

EPREUVE :
Electromagnétisme - Phys3A

Durée : 2h00 — Documents et calculatrice non autorisés

I Force magnétique : Lévitation magnétique





Un cadre métallique de hauteur H, de largeur L et de centre M, contenu dans le plan $\widehat{y0z}$, est parcouru par un courant I positif (schéma de gauche). Ce cadre baigne dans un champ magnétique statique (schéma de droite) orienté suivant l'axe $\vec{u}_x$ et non uniforme selon la direction verticale $\vec{u}_z$:

$$\vec{B}(z) = B_0 \frac{(z - h_0)^2}{h_0^2} \vec{u}_x,$$

où h_0 et B_0 sont des constantes. Dans un premier temps (questions 1 à 5) on négligera la masse du cadre électrique.

1. Calculer l'expression de flux $\Phi(z)$ du champ magnétique à travers la surface $S = HL$ du cadre, z étant la coordonnée verticale du point M. On supposera que le champ $\vec{B}$ varie peu sur la hauteur du cadre et donc *on pourra le considérer constant et égale à $B(z)$ sur tout le cadre.*
2. Compte tenu de l'expression du champ $\vec{B}$ (non uniforme selon z), déduire de la question précédente la force de Laplace $\vec{F}(z)$ agissant sur le cadre électrique.
3. En étudiant le signe de la force en fonction de la hauteur z, montrer que sous l'action de la force de Laplace le cadre tend à se placer dans une position verticale d'équilibre z_{eq} que l'on précisera. Cette position est-elle stable ?
4. Sans aucun calcul, montrer que la position d'équilibre peut se déduire directement de la règle du flux maximum.
5. Montrer que la position z_{eq} correspond à un minimum de l'énergie potentielle d'interaction magnétique E_p.
6. Considérant la masse m du cadre, donner l'expression de la force verticale $\vec{F}_g$ que fait agir la gravité sur le cadre.
7. Déterminer la nouvelle position d'équilibre z'_{eq} du cadre de masse m plongé dans le champ $\vec{B}$.

<u>Relations utiles</u> :

$$\vec{F} = I\overrightarrow{\text{grad}}(\Phi) \qquad E_p = -I\Phi + \text{cste}$$

II Electromagnétisme : Onde réfléchie entre deux miroirs

Dans le vide, on considère deux miroirs plans *parfaitement réfléchissants* orthogonaux à l'axe Oz et situés en $z = 0$ et $z = L$.

1. Donner les équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charges et de courants.
2. A partir des équations de Maxwell, déterminez l'équation de propagation du champ $\overrightarrow{E}_1$ dans le vide (milieu 1).
3. On cherche une solution se propageant selon l'axe Oz et dont le champ électrique soit de la forme complexe :
$$\overrightarrow{E}_1 = E_0 g(z) \exp(i\omega t)\, \overrightarrow{u}_x$$
avec $g(z)$ une fonction à déterminer et E_0 une constante. Partant de l'équation de propagation, déduisez l'équation différentielle à laquelle doit obéir la fonction $g(z)$.
4. Montrer que la solution g s'exprime sous la forme de deux ondes, l'une se propageant selon $+\overrightarrow{u}_z$ et l'autre selon $-\overrightarrow{u}_z$.
5. Le champ électrique étant nul à l'intérieur des miroirs (milieux 2), $\overrightarrow{E}_2 = \overrightarrow{0}$, à quelles conditions aux limites en $z = 0$ et $z = L$ doit satisfaire le champ $\overrightarrow{E}_1$? Compte tenu de l'expression de g trouvée précédemment, montrez que ces conditions ne peuvent être satisfaites que pour certaines valeurs discrètes de ω, que l'on notera $\omega = \omega_n = n\omega_0$, où n est un entier positif et ω_0 la pulsation fondamentale dont on donnera l'expression en fonction de L.
6. Donnez alors l'expression complète du champ $\overrightarrow{E}_1$.