UNIVERSITE DE BOURGOGNE — Année 2023-2024

UFR Sciences et Techniques — Mardi 14 mai 2024

Filière : Licence 2 Maths/Physique - Physique - Physique/Chimie

Session : 1

CONTROLE TERMINAL Optique matricielle & Photométrie Phys4C

Durée 2h - Sans document, calculatrice autorisée, téléphones portables éteints.

Les 2 exercices sont indépendants et peuvent être traités dans un ordre indifférent.

Exercice I : Système de connexion de deux fibres optiques à gradient d'indice

Pour coupler deux fibres optiques $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ entre elles, on utilise un sytème de deux lentilles boules L_1 et L_2, identiques, placées dans l'air (indice 1), de centres C_1 et C_2 distants de $e = \overline{C_1C_2}$, de diamètre $\phi = \overline{ES} = 2\,mm$ et d'indice $n = 1,85$, pour une longueur d'onde donnée λ (cf. Fig. (1)).

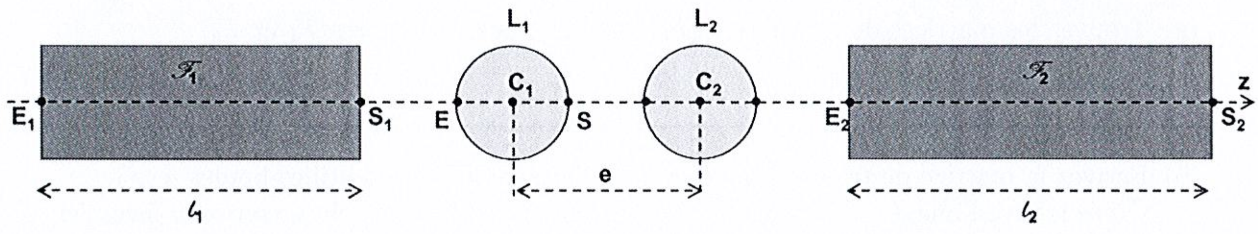

FIGURE 1 –

1. ***Etude d'une lentille-boule seule***

   (a) Montrez que la matrice de transfert $T(\overline{ES})$ de la lentille-boule L_1 s'écrit

   $$T(\overline{ES}) = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+\dfrac{2}{n} & \dfrac{\phi}{n} \\ \dfrac{-4(n-1)}{n\phi} & -1+\dfrac{2}{n} \end{pmatrix}$$

   (b) Déduisez-en la vergence V de cette lentille. Faites l'application numérique.

   (c) Rappelez la définition des points principaux objet H_o et image H_i.
   En écrivant la matrice $T\left(\overline{H_o^{(1)}H_i^{(1)}}\right)$ de deux manières différentes, retrouvez les formules donnant $\overline{EH_o^{(1)}}$ et $\overline{SH_i^{(1)}}$ et donnez leurs expressions en fonction de ϕ et n. Faites les applications numériques : que remarquez-vous ?

2. ***Etude du système Σ des deux lentilles-boules***

   (a) Calculez la matrice de transfert $T\left(\overline{H_o^{(1)}H_i^{(2)}}\right)$ du sytème Σ des deux lentilles, entre le plan principal objet de L_1 et le plan principal image de L_2 (On fera intervenir les matrices $T\left(\overline{H_o^{(1)}H_i^{(1)}}\right)$ et $T\left(\overline{H_o^{(2)}H_i^{(2)}}\right)$ et on rappelle que les deux lentilles-boules sont identiques).
   Montrez que si $e = \overline{C_1C_2} = 2f_i$ alors le système est afocal.

   (b) Le système est supposé afocal. Montrez que dans ce cas la matrice de transfert $T\left(\overline{F_o^{(1)}F_i^{(2)}}\right)$ entre le foyer objet de L_1 et le foyer image de L_2 est

   $$T\left(\overline{F_o^{(1)}F_i^{(2)}}\right) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. ***Etude de l'ensemble Σ_t des deux lentilles-boules et des deux fibres***

Les deux fibres $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont à gradient d'indice, c'est-à-dire que l'indice à l'intérieur des fibres dépend de la distance à l'axe de la fibre. On peut montrer que pour une fibre de longueur z, la matrice de transfert s'écrit :

$$T(\mathcal{F}) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{2\pi z}{p}\right) & \left(\frac{2\pi n_c}{p}\right)^{-1} \sin\left(\frac{2\pi z}{p}\right) \\ -\left(\frac{2\pi n_c}{p}\right) \sin\left(\frac{2\pi z}{p}\right) & \cos\left(\frac{2\pi z}{p}\right) \end{pmatrix}$$

où $p = 2\,mm$ est une longueur caractéristique et n_c l'indice sur l'axe, indépendant de la coordonnée z.

Seules les longueurs l_1 et l_2 des fibres $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ sont différentes : on a $l_1 = 10,5\,mm$ et $l_2 = 5,5\,mm$.

La sortie S_1 de $\mathcal{F}_1$ coïncide avec le foyer objet $F_o^{(1)}$ de L_1 et l'entrée E_2 de $\mathcal{F}_2$ coïncide avec le foyer image $F_i^{(2)}$ de L_2.

(a) Trouvez les matrices de transfert $T(\mathcal{F}_1)$ et $T(\mathcal{F}_2)$ des deux fibres $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$.
Quelles sont leurs vergences et leur distances focales images f_1' et f_2' ? On pourra poser $V_1 = \dfrac{2\pi n_c}{p}$

(b) Ecrivez la matrice de transfert $T\left(\overline{E_1S_2}\right)$ de l'ensemble $\mathcal{F}_1$ + lentilles-boules + $\mathcal{F}_2$.
Où se trouve l'image A_i, donnée par l'ensemble, d'un objet A_o placé contre la face d'entrée de $\mathcal{F}_1$ (on pourra poser par exemple $z_i = \overline{S_2A_i}$) ? Quel est le grandissement transversal correspondant ?

Exercice II : Photométrie

Les trois questions sont indépendantes.

1. Une ampoule éléctrique de puissance $P = 75\,W$ et d'intensité lumineuse constante dans toutes les directions $I = 90$ cd est suspendue à une hauteur $h_0 = 3\,m$ au-dessus d'un plan. Calculez :
   (a) Calculez le flux lumineux F reçu par le plan.
   (b) L'efficacité lumineuse k de cette lampe.
   (c) L'éclairement E_0 du point du plan situé juste à la verticale sous la lampe.
   (d) La hauteur h_1 à laquelle il faut placer la lampe pour augmenter l'éclairage précédent de 30%

2. Une ampoule électrique de flux lumineux $F = 1500$ lm rayonne uniformément dans toutes les directions. Elle se trouve à la hauteur $h = 1,5\,m$ au-dessus du plan d'une table. Une personne lit un livre posé sur cette table. L'éclairement en un point du livre situé à la distance d de la verticale passant par l'ampoule est $E = 25$ lux. L'angle entre les rayons lumineux arrivant sur le livre et la verticale est noté α.
   (a) Déterminez l'intensité lumineuse de l'ampoule.
   (b) En utilisant la loi de Bouguer, démontrez que $\cos\alpha = \sqrt[3]{\dfrac{Eh^2}{I}}$
   (c) Déduisez-en la valeur de d.

3. Un enfant prématuré a besoin d'un apport calorique jusqu'à sa maturité extra-utérine. On décide d'apporter cette énergie nécessaire à sa maturation sous forme d'un rayonnement délivré par une source d'énergie ponctuelle S émettant une intensité énergétique de $I = 1000\,W.sr^{-1}$ constante quelle que soit la direction d'émission. La surface du bébé exposée au rayonnement est assimilable à un rectangle de longueur $a = 25\,cm$ et de largeur $b = 10\,cm$, que l'on peut inscrire dans un disque de rayon r. La source est à une hauteur $h = 50\,cm$ de la surface du prématuré et à l'aplomb du centre du disque.
   (a) Calculez l'angle solide Ω ayant pour sommet S et pour base le disque.
   (b) Calculez le fluc énergétique total ϕ émis par la source dans tout l'espace, puis le flux énergétique total reçu par le disque.
   (c) Déterminez l'éclairement maximum E_M et l'éclairement minimum E_m à la surface du bébé.