

1) Répondre aux questions suivantes :

- Formuler les postulats de la mécanique quantique.
- Quel est le rôle de l'équation de Schrödinger stationnaire ? et de l'équation de Schrödinger dépendante du temps ? Quel est le lien entre les solutions de ces deux équations ?
- Quelle est l'interprétation physique de l'opérateur Hamiltonien ?
- Ecrire l'équation d'onde pour un électron qui se propage dans le vide.
- Formuler le principe d'exclusion de Pauli et expliquer son rôle dans le tableau périodique des éléments.
- Ecrire l'Hamiltonien pour l'atome d'Hélium.
- Pourquoi impose-t-on $\int_{-\infty}^{\infty} dx |\psi(x, t)|^2 = 1$?
- Quelle est la relation entre les raies spectrales d'un atome d'hydrogène et les valeurs propres de l'Hamiltonien correspondant ?

2) Soit $H = \vec{p}^2/2m + V(r)$, $r = |\vec{x}|$, $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ l'Hamiltonien décrivant une particule dans un champ de force centrale (par exemple un atome d'hydrogène).

- Ecrire les opérateurs correspondant aux trois composantes du moment cinétique \vec{L} .
- Montrer que $[L_3, \vec{L}^2] = 0$. (*Indication* : $[AB, C] = A[B, C] + [A, C]B$).
- Etant donné que $[H, L_j] = 0$, $j = 1, 2, 3$, qu'est-ce qu'on peut conclure sur les fonctions propres de H ?

3) On considère un oscillateur harmonique décrit par l'Hamiltonien

$$H = \frac{1}{2m}p^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

Après le changement de variables $\bar{x} = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$, $\bar{p} = \frac{1}{\sqrt{m\hbar\omega}}p \equiv -i\frac{d}{d\bar{x}}$ l'Hamiltonien s'écrit $H = \hbar\omega\bar{H}$, $\bar{H} = \frac{1}{2}(\bar{x}^2 + \bar{p}^2)$.

On définit les opérateurs $a := (\bar{x} + i\bar{p})/\sqrt{2}$ et $N := a^\dagger a$.

- Déterminer les relations de commutation $[\bar{x}, \bar{p}]$, $[a, a^\dagger]$, $[N, a]$, $[N, a^\dagger]$.
- Montrer que les valeurs propres de H ne peuvent pas être négatives.
- Exprimer H en fonction de a et a^\dagger .
- Montrer que si φ est une fonction propre de H avec valeur propre E_n , alors $a^\dagger\varphi$ est aussi une fonction propre. Quelle est la valeur propre correspondante ?
- Si φ est une fonction propre de H avec valeur propre E_n , sous quelle condition est-ce que $a\varphi$ est aussi une fonction propre ? Quelle est la valeur propre correspondante ?
- Déterminer la fonction propre de l'état fondamental. Quelle est son énergie ?