

Session 2

EPREUVE :

Examen Synthèse d'Image juin 2024

Durée : 1h30

*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.
 Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.
 Le barème est donné à titre indicatif.*

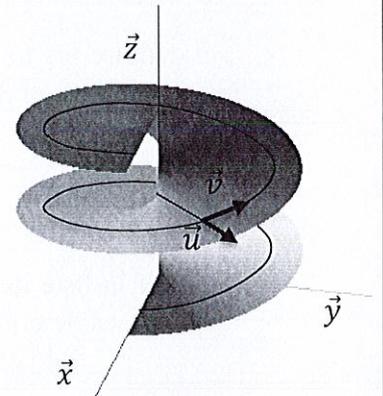
N° d'anonymat : _____

Exercice 1 : Hélicoïde en facettes (environ 9 points)

Objectif : Modéliser à l'aide de facettes une hélicoïde de rayon r , de hauteur h et centrée en 0 . Ainsi toutes les faces de l'hélicoïde sont quadrilatérales même si elles ne sont pas planes.

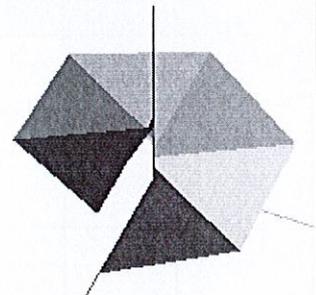
$$\begin{cases} x(u, v) = u \times \cos v \\ y(u, v) = u \times \sin v \\ z(u, v) = b \times v \end{cases}$$

avec b une constante, r le rayon, $u \in [0, r]$, $v \in [0, nbtour \times 2\pi]$



Le nombre de discrétisation de l'hélicoïde dans la **direction u** est M et dans la direction v est N .

✓ Donner la longueur des intervalles de u et v .



1. Discrétisation de la soucoupe avec $N = 7$ et $M = 3$.

✓ Compléter les dessins et les parties grisées dans le tableau ci-dessous.

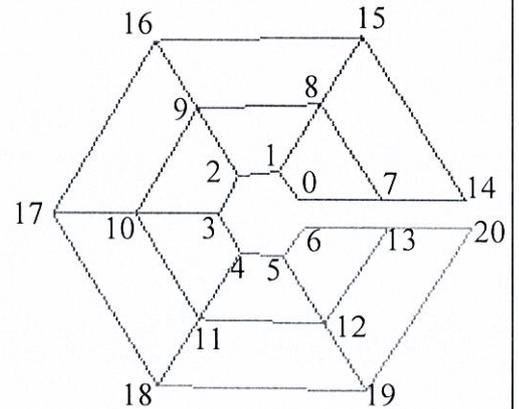
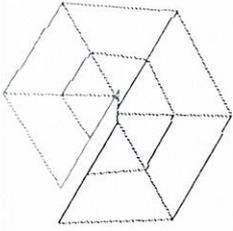
$u \in$ _____	$M =$ _____	$v \in$ _____	$N =$ _____
→			
Placer les bornes de l'intervalles de u (respectivement v) sur le cercle trigonométrique gauche (respectivement droit) et dessiner l'arc de cercle correspondant pour u (respectivement pour v).			
Placer les points de discrétisation sur l'arc de cercle trigonométrique correspondant pour u et v .			
L'intervalle est découpé en _____ parties.		L'intervalle est découpé en _____ parties.	
Donner ci-dessous le nombres de parties de chaque intervalle en fonction de N et M .			
Nombre de parties de $u =$ _____		Nombre de parties de $v =$ _____	

L'image à gauche illustre le résultat pour $nbtour = 1, N = 7$ et $M = 3$.

Pour faciliter le travail de construction des facettes, nous travaillerons sur la représentation à droite où les points de l'axes sont écartés afin de mieux percevoir que les faces sont toujours formées de 4 sommets.

La numérotation des sommets est donnée.

L'indice de boucle sur u est noté i et celui sur v est noté j .



✓ Donner le nombre de sommets et de faces de l'hélicoïde en fonction de N et M .

✓ En déduire les formules des déplacements du et dv de u et de v en fonction de N et M .

2. Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque i en fonction de j, N et M .

	Indice face	Indice des sommets par face				Indices des sommets d'une face en fonction de i, N et M
		Indice 1 ^{er} sommet	Indice 2 nd sommet	Indice 3 ^{ème} sommet	Indice 4 ^{ème} sommet	
i=0	0	0	7	8	1	
	1					
	2					
	3					
i=1						

✓ En déduire une formule générale pour les indices de sommets par face en fonction de N, M, i (indice de boucle sur u) et j (indice de boucle sur v).

✓ Donner l'indice d'une face en fonction de N, M, i (indice boucle sur u) et j (indice boucle sur v).

3. Calculer la valeur de b en fonction de π et $nbtour$ pour que la hauteur de l'hélicoïde corresponde à h .

4. Écrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres $r, h, nbtour, u$ et v et qui retourne un sommet de l'hélicoïde.

```
class Point{
public:
    float x;
    float y;
    float z;
};
```

5. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `pHel` des coordonnées en fonction de N et M .

6. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `fHeli` des indices de sommets en fonction de N et M .

7. Compléter la fonction `heli(...)` permettant de dessiner une soucoupe de paramètres a , b en précisant N et M .

```
void heli(float r, float h, int nbtour, int N, int M){
```

```
}
```

Exercice 2 : Transformations (environ 6 points)

Soit une transformation M composée d'une rotation R d'axe z et d'angle 90° suivie d'une translation T de vecteur $(0,2,0)$ suivie d'une mise à l'échelle S de paramètres $(2, 2, 2)$.

1. Donner l'expression de cette rotation, de cette translation et de cette mise à l'échelle sous la forme de matrices homogènes R , T et S .

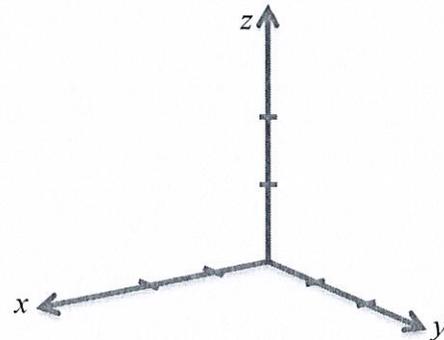
2. Calculer R , T et S .

3. Donner l'expression de cette transformation sous la forme d'une matrice homogène M en fonction des matrices R , T et S .

4. Calculer M .

5. Soit P le point de coordonnées (-1, 0, 0, 1). Donner les coordonnées du point P' image de P par la transformation M (toujours en coordonnées homogènes).

6. Placer P et P' dans le repère suivant :



Exercice 3 : Cours (environ 5 points)

Ecrire la réponse dans les cadres.

Question 1 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 2 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 3 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 4 :

Donner les dimensions et les coordonnées du centre de l'objet généré par le code ci-après.

```
glPushMatrix();
glTranslatef(0.0,0.0,2.0);
glRotatef(30,1,0,0);
glScalef(0.5,0.5,1.0);
glutSolidCube(1.0);
glPopMatrix();
```

Question 5 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>class Point{ public: double x,y,z; }; void dessin() { Point V[10]; glColor3f(0.0,0.0,0.0); glBegin(GL_LINES); { for(int i=0;i<10;i++) glVertex3f(V[i].x,V[i].y,V[i].z); } glEnd(); }</pre>	

Question 6 :

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>glEnable(GL_TEXTURE_2D); glBegin(GL_QUADS); glTexCoord2f(1/2,1/2); glVertex2f(x1,y1); glTexCoord2f(1, 1/2); glVertex2f(x2,y1); glTexCoord2f(1,1); glVertex2f(x2,y2); glTexCoord2f(1/2,1); glVertex2f(x1,y2); glEnd();</pre>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div>