

Session 2

EPREUVE :

**Examen Synthèse d'Image juin 2024**

Durée : 1h30

*Seul document autorisé : une feuille A4 recto-verso manuscrite.  
 Les exercices peuvent être traités indépendamment les uns des autres.  
 Le barème est donné à titre indicatif.*

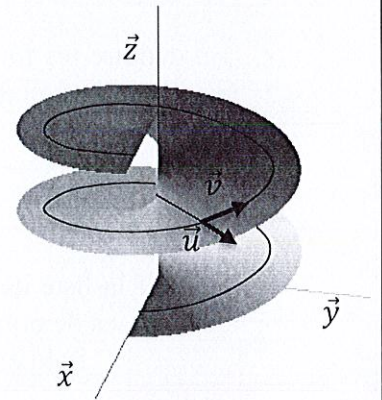
N° d'anonymat : \_\_\_\_\_

**Exercice 1 : Hélicoïde en facettes (environ 9 points)**

Objectif : Modéliser à l'aide de facettes une hélicoïde de rayon  $r$ , de hauteur  $h$  et centrée en  $0$ . Ainsi toutes les faces de l'hélicoïde sont quadrilatérales même si elles ne sont pas planes.

$$\begin{cases} x(u, v) = u \times \cos v \\ y(u, v) = u \times \sin v \\ z(u, v) = b \times v \end{cases}$$

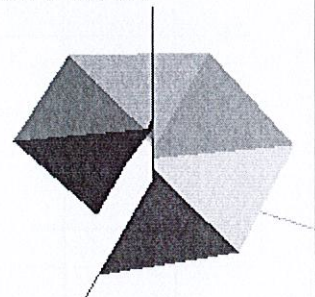
avec  $b$  une constante,  $r$  le rayon,  $u \in [0, r]$ ,  $v \in [0, nbtour \times 2\pi]$



Le nombre de discrétisation de l'hélicoïde dans la **direction  $u$**  est  $M$  et dans la direction  $v$  est  $N$ .

✓ Donner la longueur des intervalles de  $u$  et  $v$ .

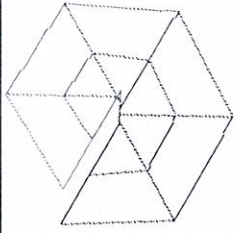
\_\_\_\_\_



1. Discrétisation de la soucoupe avec  $N = 7$  et  $M = 3$ .

✓ Compléter les dessins et les parties grisées dans le tableau ci-dessous.

$u \in$	$M =$	$v \in$	$N =$
→			
Placer les bornes de l'intervalles de $u$ (respectivement $v$ ) sur le cercle trigonométrique gauche (respectivement droit) et dessiner l'arc de cercle correspondant pour $u$ (respectivement pour $v$ ).			
Placer les points de discrétisation sur l'arc de cercle trigonométrique correspondant pour $u$ et $v$ .			
L'intervalle est découpé en _____ parties.		L'intervalle est découpé en _____ parties.	
Donner ci-dessous le nombres de parties de chaque intervalle en fonction de $N$ et $M$ .			
Nombre de parties de $u =$ _____		Nombre de parties de $v =$ _____	

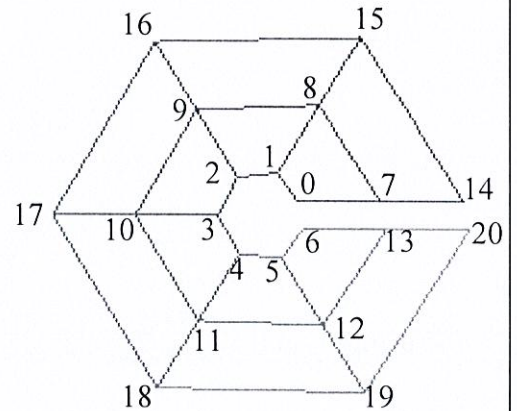


L'image à gauche illustre le résultat pour  $nbtour = 1, N = 7$  et  $M = 3$ .

Pour faciliter le travail de construction des facettes, nous travaillerons sur la représentation à droite où les points de l'axes sont écartés afin de mieux percevoir que les faces sont toujours formées de 4 sommets.

La numérotation des sommets est donnée.

L'indice de boucle sur  $u$  est noté  $i$  et celui sur  $v$  est noté  $j$ .



✓ Donner le nombre de sommets et de faces de l'hélicoïde en fonction de  $N$  et  $M$ .

✓ En déduire les formules des déplacements  $du$  et  $dv$  de  $u$  et de  $v$  en fonction de  $N$  et  $M$ .

2. Donner la liste des indices de sommets par face dans le tableau ci-après. En déduire une formule des indices de points qui forment une face pour chaque  $i$  en fonction de  $j, N$  et  $M$ .

	Indice face	Indice des sommets par face				Indices des sommets d'une face en fonction de $i, N$ et $M$
		Indice 1 <sup>er</sup> sommet	Indice 2 <sup>nd</sup> sommet	Indice 3 <sup>ème</sup> sommet	Indice 4 <sup>ème</sup> sommet	
i=0	0	0	7	8	1	
	1					
	2					
	3					
i=1						

✓ En déduire une formule générale pour les indices de sommets par face en fonction de  $N, M, i$  (indice de boucle sur  $u$ ) et  $j$  (indice de boucle sur  $v$ ).

✓ Donner l'indice d'une face en fonction de  $N, M, i$  (indice boucle sur  $u$ ) et  $j$  (indice boucle sur  $v$ ).

3. Calculer la valeur de  $b$  en fonction de  $\pi$  et  $nbtour$  pour que la hauteur de l'hélicoïde corresponde à  $h$ .

4. Écrire une fonction `coord(...)` ayant pour paramètres  $r, h, nbtour, u$  et  $v$  et qui retourne un sommet de l'hélicoïde.

```
class Point{
public:
    float x;
    float y;
    float z;
};
```

5. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `pHeli` des coordonnées en fonction de  $N$  et  $M$ .

6. Écrire l'algorithme pour remplir la liste `fHeli` des indices de sommets en fonction de  $N$  et  $M$ .

7. Compléter la fonction `heli(...)` permettant de dessiner une soucoupe de paramètres  $a$ ,  $b$  en précisant  $N$  et  $M$ .

```
void heli(float r, float h, int nbtour, int N, int M){
```

```
}
```

**Exercice 2 : Transformations (environ 6 points)**

Soit une transformation  $M$  composée d'une rotation  $R$  d'axe  $z$  et d'angle  $90^\circ$  suivie d'une translation  $T$  de vecteur  $(0,2,0)$  suivie d'une mise à l'échelle  $S$  de paramètres  $(2, 2, 2)$ .

1. Donner l'expression de cette rotation, de cette translation et de cette mise à l'échelle sous la forme de matrices homogènes  $R$ ,  $T$  et  $S$ .

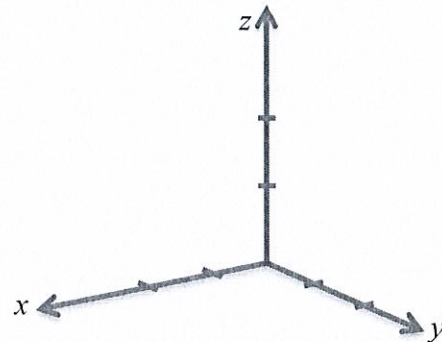
2. Calculer  $R$ ,  $T$  et  $S$ .

3. Donner l'expression de cette transformation sous la forme d'une matrice homogène  $M$  en fonction des matrices  $R$ ,  $T$  et  $S$ .

4. Calculer  $M$ .

5. Soit P le point de coordonnées (-1, 0, 0, 1). Donner les coordonnées du point P' image de P par la transformation M (toujours en coordonnées homogènes).

6. Placer P et P' dans le repère suivant :



**Exercice 3 : Cours (environ 5 points)**

Ecrire la réponse dans les cadres.

Question 1 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 2 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Question 3 :

A quelle transformation correspond la matrice ci-contre. Préciser les paramètres de la transformation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Question 4 :**

Donner les dimensions et les coordonnées du centre de l'objet généré par le code ci-après.

```
glPushMatrix();
glTranslatef(0.0,0.0,2.0);
glRotatef(30,1,0,0);
glScalef(0.5,0.5,1.0);
glutSolidCube(1.0);
glPopMatrix();
```

**Question 5 :**

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>class Point{ public:     double x,y,z; }; void dessin() {     Point V[10];     glColor3f(0.0,0.0,0.0);     glBegin(GL_LINES);     {         for(int i=0;i&lt;10;i++)             glVertex3f(V[i].x,V[i].y,V[i].z);     }     glEnd(); }</pre>	

**Question 6 :**

Compléter l'affichage obtenu en exécutant le code suivant.

Code	Affichage
<pre>glEnable(GL_TEXTURE_2D); glBegin(GL_QUADS);     glTexCoord2f(1/2,1/2);     glVertex2f(x1,y1);     glTexCoord2f(1, 1/2);     glVertex2f(x2,y1);     glTexCoord2f(1,1);     glVertex2f(x2,y2);     glTexCoord2f(1/2,1);     glVertex2f(x1,y2); glEnd();</pre>	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;"> </div> <div style="text-align: center;"> </div> </div>