Traitement du Signal

Examen 1ère session (Durée : 2 heures)

Cours et TDs autorisés

Exercice I :

Un filtre linéaire invariant dans le temps est décrit par la fonction de transfert $H(z)$ suivante :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{3 - 4\, z^{-1}}{1 - 3{,}5\, z^{-1} + 1{,}5\, z^{-2}}$$

Donnez la Région de Convergence (RdC) de $H(z)$ et déterminer la réponse impulsionnelle h(n) pour chacun des cas suivants :

a. Le filtre est stable
b. Le filtre est causal ; discutez dans ce cas de la stabilité du filtre.
c. Le filtre est anti-causal; discutez dans ce cas de la stabilité du filtre.

Exercice II :

Soit un filtre $h(n)$ définit par son équation de récurrence suivante:

$$y(n) = y(n-2) - 2\,y(n-1) + x(n)$$

a) Déterminer sa fonction de transfert en z : $H(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)}$

b) Quels sont les pôles et les zéros de H(z)? Ce filtre est-il stable ?

c) Déterminer sa fonction de transfert $H(f)$? Donner le module et la phase de $H(f)$.

Exercice III :

(1) Tracer la fonction $h(t)$ définit par:

$$h(t) = e^{-at}\ ;\ a > 0$$

(2) Tracer la fonction $\ell(t)$ définit par:

$$\ell(t) = u(t - t_0) - u(t - t_1);\ Avec\ t_1 > t_0 > 0$$

où $u(t)$ est l'échelon unitaire

(3) Calculer le produit de convolution : $g(t) = \ell(t) * h(t)$

Exercice IV :

Soit la fonction suivante : $h(t) = \sin^4(t)$

(1) La fonction $h(t)$ est-elle paire ou impaire ? Justifiez votre réponse

(2) Sachant que $\sin(t) = \left(\dfrac{e^{j.t} - e^{-j.t}}{2\,j}\right)$ *avec* $j^2 = -1$, montrer que :

$$\sin^4(t) = \frac{1}{16}\left(e^{4jt} + e^{-4jt} - 4e^{2jt} - 4e^{-2jt} + 6\right).$$

Indication : Calculer d'abord $\sin^2(t)$

(3) Trouver les coefficients complexes (C_n) du développement en série de Fourier $h(t)$

(4) Rappeler les relations entre les C_n, a_n *et* b_n . Déduire les coefficients réels (a_n *et* b_n) de la série de Fourier $h(t)$ en tenant compte de votre réponse à la question **1**.