Durée 1h30, tous documents autorisés Sujet recto/verso, le barème est donné à titre indicatif

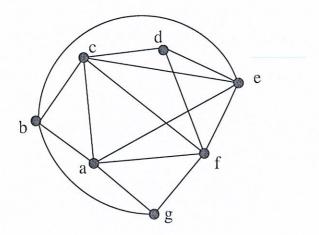
Exercice 1 (6 pts)

Questions de cours :

- 1. Dessiner tous les arbres a 5 sommets.
- 2. Dessiner un graphe G tel que $\chi''(G) = \chi'(G)$.
- 3. Dessiner un graphe contenant une clique maximale de taille 2 et une clique maximum de taille 4.
- 4. Donner un exemple de graphe orienté connexe mais non fortement connexe.
- 5. Dessiner un graphe planaire où chaque face est de taille 4 et chaque sommet de degré 3.
- 6. Donner un exemple de graphe homomorphe au graphe complet à 2 sommets K_2 .

Exercice 2 (5 pts)

Pour le graphe ci-dessous :



- 1. Quel est son diamètre?
- 2. Déterminer les paramètres degré maximum Δ , nombre de stabilité α , taille de la clique maximum ω et en déduire un encadrement pour son nombre chromatique χ .

3. Donner la coloration produite par l'algorithme DSATUR sur ce graphe, en supposant qu'à degré de saturation et degré égal, le choix du sommet à colorier est fait suivant l'ordre alphabétique des sommets. On spécifiera à chaque étape, le sommet colorié et les degrés de saturation actualisés des autres sommets sous forme d'un tableau.

Exercice 3 (9 pts)

Soit le réseau ci-dessous.

- 1. Donner l'arbre produit par l'algorithme BFS puis DFS exécuté à partir du sommet E, en tenant compte de l'orientation des arcs (on supposera que les voisins d'un sommet sont pris par ordre alphabétique).
- 2. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, trouver le trafic maximum entre les villes E et L. La liste des chaînes augmentantes sera présentée en ordre décroissant des valeurs. Justifier la réponse en exhibant une coupe minimum.
- 3. Si maintenant les valeurs sur les arcs représentent leur coût, donner l'arbre des plus court chemins produit par l'algorithme de Dijkstra à partir du sommet E. Les étapes de l'algorithme seront représentées par un tableau montrant l'évolution des distances depuis E ainsi que le sommet choisi à chaque étape.
- 4. En oubliant l'orientation des arcs et en considérant les valeurs sur les arêtes comme des coûts, déterminer, à l'aide de l'algorithme de Kruskal, un arbre couvrant de poids minimum et indiquer l'ordre d'ajout des arêtes à l'arbre.

