

Info3Ba : synthèse d'images

Ne rendre que la page 5

16/06/2025 (1 heure)

L'espace euclidien 3D usuel est muni du repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Exercice 1

La sphère S_0 a pour centre $\Omega_0(0; 0; \frac{5}{2})$ et pour rayon $R_0 = \frac{1}{2}$. Le cylindre S_1 , vertical, a pour hauteur $h = \frac{3}{2}$ et pour rayon R_0 . Le centre du cercle supérieur C^1 du cylindre a pour coordonnées $(\frac{5}{2}; 0; 0)$.

Le but est de construire la figure 1 en utilisant un tore réalisant une jointure G^1 avec la demi-sphère S_0^- de la sphère S_0 dont les points ont une abscisse négative. Soit P_x le plan d'équation $x = 0$.

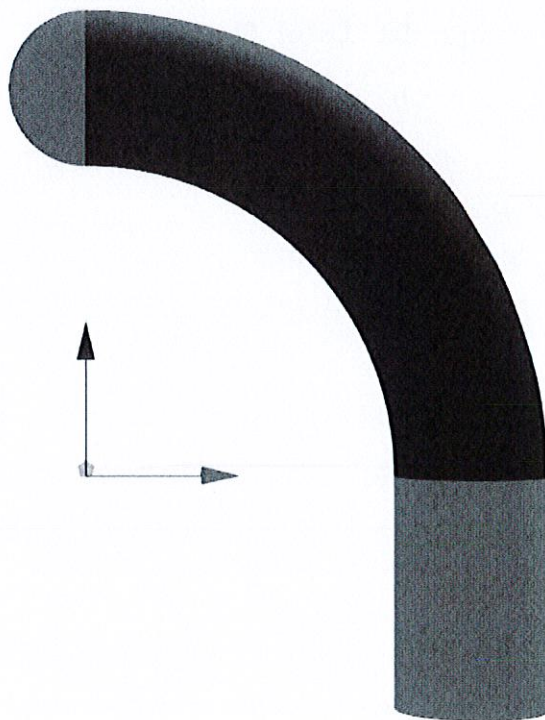


Figure 1 - C.S.G. : sphère, cylindre et tore.

Question 1 Construction de la demi-sphère S_0^-

Donner l'arbre C.S.G. permettant d'obtenir la demi-sphère S_0^- à partir de la sphère S_0 et du plan P_x .

Question 2 Positionnement du cylindre S_1

L'axe du cylindre est celui des ordonnées et le cylindre est « centré » à l'origine.
Donner les transformations affines à effectuer pour placer le cylindre S_1 dans la scène.

Question 3 Construction du tore T

Le tore T fait une jointure G^1 avec la demi-sphère S_0^- et le cylindre S_1 le long du cercle C^1 .

1. Déterminer le centre O_T du tore T .
2. Déterminer les rayons majeur R et mineur r du tore T .
3. Le tore est centré à l'origine et son axe est celui des cotes. Donner les transformations affines à effectuer pour placer le tore T dans la scène.

Question 4 Découpage du tore T

Soit P_z le plan d'équation $-z = 0$.

Donner l'arbre C.S.G. permettant d'obtenir la partie utile du tore T en utilisant les plans P_x et P_z .

Exercice 2

On considère la courbe de Bézier cubique γ de points de contrôle $P_0(1; \frac{11}{2}; 0)$, $P_1(2; 4; 0)$, $P_2(0; 4; 0)$ et $P_3(1; 3; 0)$ ainsi que la sphère $\mathcal{S}$ de centre $\Omega(0; \frac{3}{4}; 0)$ passant par le point $A(\frac{3}{2}; 0; 0)$ et la figure 3 montre les objets géométriques dans le plan $\mathcal{P}_z$ d'équation $z = 0$ tandis que la figure 2 montre une vue en 3D.

Le but est de construire une courbe de Bézier cubique de point de contrôle Q_0 , Q_1 , Q_2 et Q_3 réalisant une jointure G^1 entre la courbe γ et l'arc de cercle $\mathcal{S} \cap \mathcal{P}_z$ au point A .

○ Question 5 Calculer le rayon R_s de la sphère $\mathcal{S}$

○ Question 6

| Quel type de jointure induit la condition $P_3 = Q_0$?

○ Question 7 Donner la position de Q_3 .

○ Question 8 Où doivent se trouver les points Q_1 et Q_2 ?

○ Question 9

Soit Q_4 le point d'intersection des droites où se situent les points Q_1 et Q_2 .

1. Traduire la colinéarité entre le vecteur $\overrightarrow{Q_0Q_4} = k\vec{v}_0$ où $\vec{v}_0$ est un vecteur tangent à γ en P_3 (i.e. déterminer $\vec{v}_0$ en fonction des points de contrôle).
2. Quelle autre équation vectorielle avez-vous pour le raccord au point A ?
3. Déterminer la formule permettant de calculer k puis donner sa valeur numérique.
4. Déterminer les coordonnées de Q_4

(a) par calcul;

(b) par construction graphique^a en marquant les informations (segments de même longueur, angle particulier...) et 1 unité correspond à 2 cm ;

5. Donner une relation vectorielle permettant de construire le point Q_1 dans le segment $[Q_0Q_4]$ privé de Q_0 et Q_4 .
6. Donner une relation vectorielle permettant de construire le point Q_2 dans le segment $[Q_3Q_4]$ privé de Q_3 et Q_4 .
7. Représenter avec soin toute la construction sur la figure 3.

^a. Il y a forcément des différences entre les coordonnées calculées et celles lues graphiquement (épaisseur des traits, tracés des segments...).

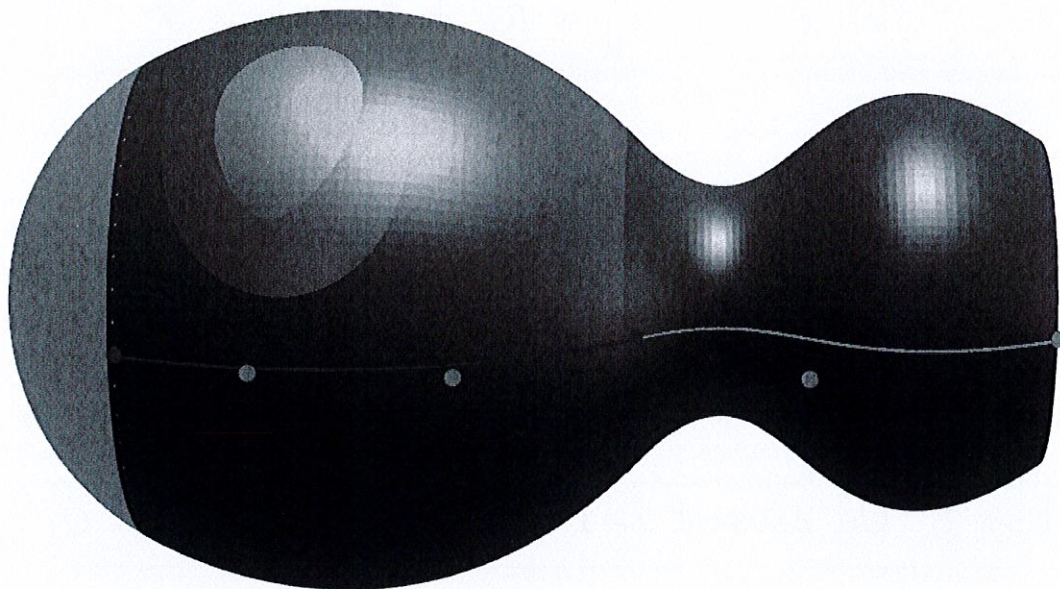


Figure 2 - Jointure G^1 entre deux surfaces engendrées par une sphère et deux courbes de Bézier cubiques, vue 3D.

Partie à rendre avec la copie.

Numéro d'anonymat :

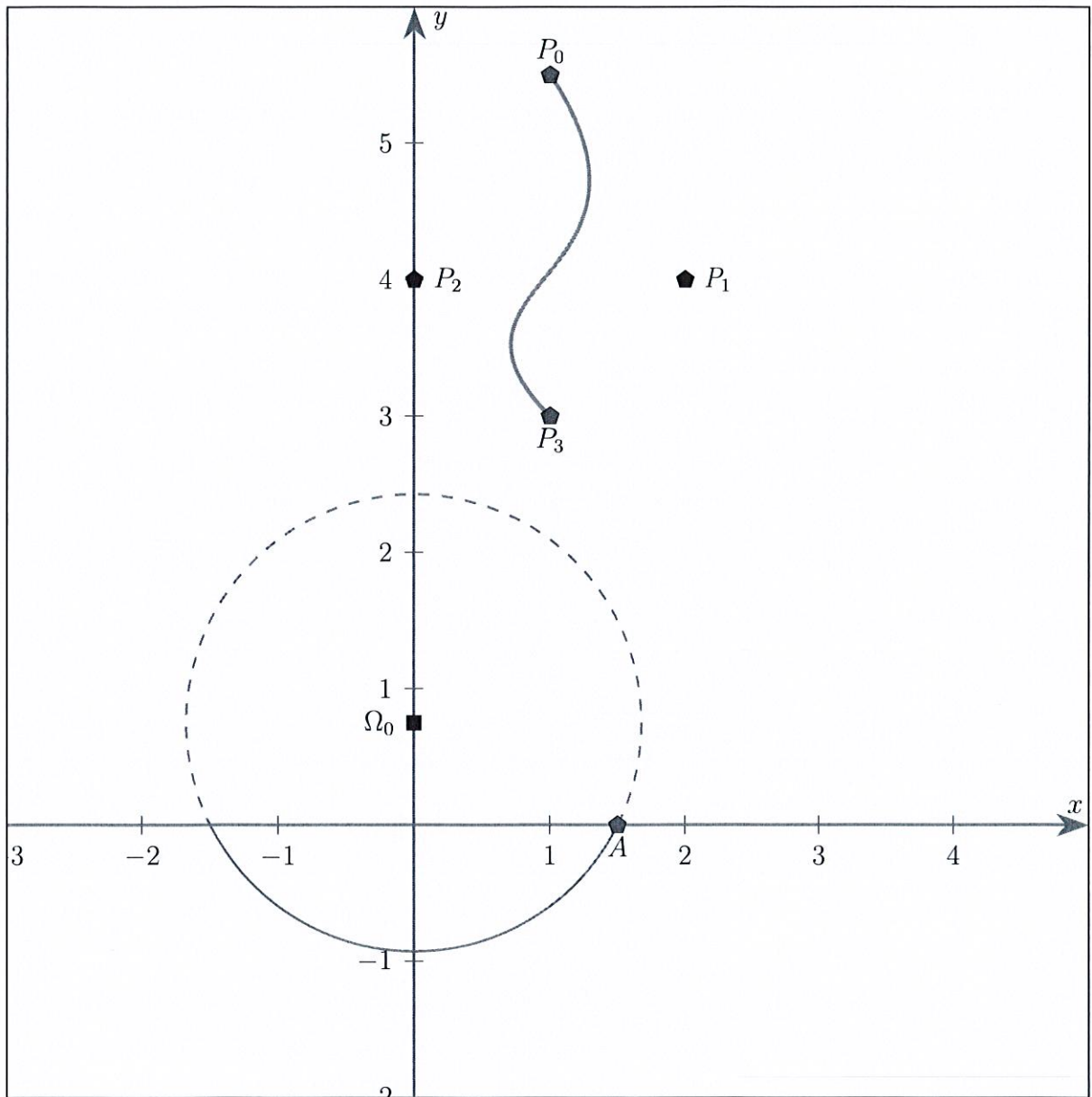


Figure 3 - Jointure G^1 entre deux courbes par une courbe de Bézier cubique.