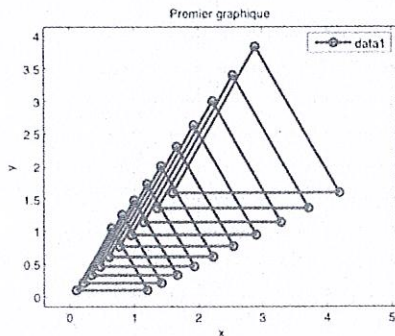


Examen de IsPC4a – 2^{ième} Session
Outils informatiques pour la physique et la chimie
17 juin 2025 – durée 45 minutes (SUJET POLITANO)

Exercice 1 (5 pts)

Ecrivez les instructions qui permettent d'afficher 20 triangles équilatéraux en changeant de position et de taille. L'affichage devra être similaire à l'exemple ci-dessous (y compris les annotations pour les axes, la légende et le titre du graphique).



II. Trajectoire d'un projectile (~ 5 pts)

Soit le lancement d'un projectile avec un angle θ et une vitesse initiale v . La hauteur h et la position x du projectile en fonction du temps t sont calculées à partir des deux équations :

$$h = v t \sin(\theta) - \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{avec } g=9.81 \text{ m.s}^{-2}$$

$$x = v t \cos(\theta)$$

Vous trouverez ci-dessous un script Matlab qui calcule la hauteur h et la position x du projectile toutes les 0.1 secondes avant l'impact (c'est-à-dire tant que $h \geq 0$).

```
v=input('Saisir la vitesse initiale :');  
theta=input('Saisir un angle initial (en degrés) :');  
  
g=9.81; h=0; t=0;  
  
while h >= 0  
    h=v*t*sind(theta)-(1/2)*g*t^2;  
    x=v*t*cosd(theta);  
    t=t+0.01;  
end
```

Dans ce script, h et x sont deux variables contenant un nombre réel.

Question : Modifiez ce script afin d'enregistrer les valeurs successives de la hauteur et de la position dans deux vecteurs que l'on nommera h_{vect} et x_{vect}

III. Calcul d'une série (~ 5 pts)

Soit la relation de récurrence:

$$x_{n+1} = B * x_n(1 - x_n)$$

On souhaite étudier les premiers termes de cette suite pour différentes valeurs du paramètre B et x_0 .

Question : Écrire un script Matlab qui demande le nombre de termes à calculer puis affiche les valeurs successives de $x_0, x_1, \dots, x_{n+1}$. Consigne, vous n'utiliserez pas de vecteurs.

Exemple d'exécution :

Saisir la valeur de B : 3.3

Saisir la valeur de x_0 : 0.5

Nombre de termes : 5

0.8250

0.4764

0.8232

0.4804

0.8237

IV. Opérations sur les vecteurs (~ 5 pts)

Écrire les instructions pour :

1. Enregistrer dans un vecteur, r , 100 nombres entiers aléatoires compris entre 0 et 250.
2. Demander à l'utilisateur un nombre entier et calcule son nombre d'occurrence (c-a-d son nombre d'apparition) dans le vecteur r .
3. Rechercher la plus grande valeur contenue dans le vecteur r en utilisant une boucle.
4. Calculer la moyenne des éléments contenus dans le vecteur r en utilisant une instruction Matlab.
4. Déterminer le minimum, et l'indice de sa position, du vecteur r en utilisant une instruction Matlab.

Session 2 - Mardi 17 juin 2025 (45 min.)

1 Approximation de fonctions et de données

On considère N couples de points (x_i, y_i) issus d'une série de mesures réalisée en TP. On cherche à construire une fonction modèle $\tilde{f}$ représentant une loi empirique qui se cacherait derrière ces données.

- 1.1) 2 grandes familles d'approche ont été présentées en CM : l'interpolation et l'approximation. En donner leurs définitions.
- 1.2) Quelles sont les limites de l'interpolation? En citer deux.
- 1.3) Quelle commande MATLAB utilisée en TD permet de réaliser l'approximation ou l'interpolation de données par un polynôme?

2 Intégration numérique

On souhaite calculer une valeur approchée d'une intégrale $I = \int_a^b f(x)dx$ par la méthode des rectangles. Pour cela, on discrétise l'intervalle $[a, b]$ en $N + 1$ points avec un pas de discrétisation h et on approxime la fonction f dans chaque intervalle par un polynôme de degré 0.

- 2.1) Démontrer que la valeur approchée de l'intégrale par cette méthode est donnée par :

$$\tilde{I} = h \sum_{i=1}^N f(x_i)$$

- 2.2) Quelle est l'ordre de convergence de la méthode des rectangles?
- 2.3) Écrire la fonction MATLAB correspondante d'en-tête : `function I = RECT(f, a, b, N)`
- 2.4) Comment s'appelle la méthode numérique qui consiste à calculer numériquement l'intégrale en approximant la fonction f par un polynôme de degré 1? Et de degré 2?

3 Résolution de systèmes d'équations linéaires

On souhaite résoudre un système d'équations linéaires du type $AX = B$ dont la matrice A est une matrice tridiagonale, c'est à dire dont les seuls éléments de A non nuls sont sur la diagonale principale, la sous-diagonale et la sur-diagonale. Pour cela, on dispose d'une fonction MATLAB d'en-tête `X=DOUBLEBALAYAGE(alpha,beta,gamma,B)`. Cette fonction est caractérisée par 4 entrées : les tableaux `alpha`, `beta`, `gamma`, `B`, qui correspondent respectivement aux tableaux contenant les valeurs de A situées sur : la sous-diagonale, la diagonale principale, la sur-diagonale et le membre de droite de l'égalité. On considère le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + 8x_2 + 5x_3 = 1 \\ 6x_2 + 12x_3 + x_4 = 1 \\ 4x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ 7x_4 + 9x_5 = 1 \end{cases}$$

- 3.1) Transformer ce système sous forme matricielle du type $AX = B$ en explicitant A , B et X .
- 3.2) Identifier sur la matrice A ainsi obtenue les tableaux `alpha`, `beta` et `gamma`.

On souhaite à présent écrire un script MATLAB pour résoudre ce système en utilisant cette fonction `DOUBLEBALAYAGE` définie ci-dessus. Dans le fichier script associé :

- 3.3) Quelles sont les 3 commandes MATLAB qu'on utilise pour "nettoyer" l'environnement?
- 3.4) Déclarer les 4 entrées de la fonction `DOUBLEBALAYAGE`.
- 3.5) Appeler la fonction `DOUBLEBALAYAGE` pour résoudre ce problème.
- 3.6) Le tableau `B` ne contient que des valeurs = 1. Quelle fonction MATLAB peut on utiliser dans ce cas?
- 3.7) Enfin, quelle syntaxe MATLAB (vue en TD) permet de résoudre un système d'équations linéaires à partir de la matrice A et du tableau B ?