L2 Parcours Informatique Électronique
MaIE3A- Mathématiques
Année universitaire 2024/2025

Session 2

2h

L'usage de tout document est interdit. Le seul dispositif électronique autorisé est la calculatrice **non programmable**.

Exercice 1

1. On considère les nombres complexes $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$, $z_2 = -1 + i$, et $Z = \frac{z_2}{z_1}$.
   (a) Calculer le module et l'argument principal de z_1, z_2 et Z.
   (b) Écrire Z sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.
   (c) En déduire les valeurs exactes de $\cos(\frac{-\pi}{12})$ et $\sin(\frac{-\pi}{12})$.
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4})z + 1 = 0$. On écrira les solutions r_1 et r_2 de cette équation sous la forme exponentielle. On désignera par r_1 la solution ayant une partie imaginaire positive. On pourra utiliser le fait que $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4} = \cos(\theta)$ où θ est un réel à déterminer.
   (b) On pose $r_0 = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}i$ et on désigne par M_0, M_1 et M_2 les points d'affixes respectifs r_0, r_1 et r_2. Calculer $\frac{r_2 - r_1}{r_0 - r_1}$ et en déduire la nature du triangle $M_0M_1M_2$.

Exercice 2

Soit la courbe paramétrée définie par : $M(t)\begin{cases} x(t) = -2t^3 + 9t^2 - 12t + 8 \\ y(t) = -4t^3 + 16t^2 - 20t + 10. \end{cases}$

1. Calculer $x'(t)$ et $y'(t)$.
2. Déterminer le point stationnaire. Dessiner la courbe en ce point.
3. Déterminer l'équation de l'asymptote lorsque $t \to \pm\infty$. Préciser la position de la courbe par rapport à cette asymptote.
4. Étudier les variations des fonctions $x(t)$ et $y(t)$. On fera un tableau des variations.
5. Dessiner la courbe.

Exercice 3

On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - 3y' + 2y = \sin(x)$.

1. Déterminer la solution générale de l'équation homogène (E_0) associée à (E).
2. Déterminer une solution particulière y_p de (E) de la forme $y_p(x) = A\cos(x) + B\sin(x)$ où A et B sont des constantes réelles.
3. Déterminer la solution y de (E) telle que $y(0) = y'(0) = 0$.