

L1 Math2C : Complément de mathématiques

Durée : 2 heures, 23 juin 2025

Exercice 1

- 1) Montrer que la solution générale y_H de l'équation homogène

$$x^2 y' - (2x - 1)y = 0$$

est $y_H(x) = C e^{2 \ln |x| + \frac{1}{x}}$.

- 2) Utilisant la méthode de la variation de la constante, trouver la solution du problème de Cauchy suivant

$$x^2 y' - (2x - 1)y = x^2; \quad y(1) = 1.$$

Exercice 2

- 1) Chercher une solution particulière sous la forme $y_p(x) = P(x) \cos(2x) + Q(x) \sin(2x)$ avec P, Q deux polynômes de l'équation

$$4y'' + 4y = \cos(2x).$$

- 2) Donner la solution générale de

$$4y'' + 4y = 0.$$

- 3) Résoudre le problème de Cauchy suivant

$$\begin{cases} 4y'' + 4y = \cos(2x), \\ y(0) = 0, \\ y'(0) = 2. \end{cases}$$

Exercice 3

Trouver la solution générale de

$$\frac{y'}{2x} + y^2 = 9.$$

Exercice 4

Soient $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow G$ deux applications. Montrer les implications suivantes

- 1) $g \circ f$ injective et f surjective $\Rightarrow g$ injective;
- 2) $g \circ f$ surjective et g injective $\Rightarrow f$ surjective.