

CONTROLE TERMINAL – SESSSION 1

Durée : 2h 00 min

Pas de documents, pas de téléphone portable. Calculatrice non autorisée
prenez soin de justifier vos réponses et de respecter les notations employées (cela sera pris en compte dans la notation)

NOM :

Problème : La microscopie non linéaire**23 points**

Dans ce problème, nous allons nous intéresser à des configurations optiques exploitées en microscopie non-linéaire. Ce problème ne requiert aucune connaissance particulière en optique non-linéaire. Les quatre parties du problème sont complètement indépendantes.

Partie 1 : Le montage optique de base :**5.5 points**

Les microscopies non-linéaires sont basées sur la réponse non-linéaire d'un échantillon lorsque ce dernier est éclairé par un faisceau laser de forte intensité. Le montage est donc constitué d'un laser qui délivre un faisceau lumineux puissant que nous allons considérer, *en première approximation, comme étant une onde plane* (en toute rigueur, il a un profil gaussien). Le laser ici considéré est un laser monochromatique de longueur d'onde centrale à 1020 nm (dans le proche infrarouge).

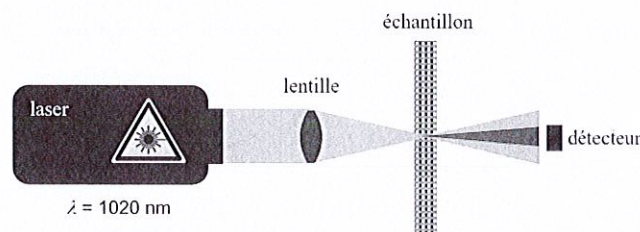


Schéma de principe simplifié du dispositif

P1.1) Quels sont les deux ingrédients indispensables à la réalisation d'un laser ?

0.5 pt

-
-

P1.2) Ce laser est constitué par deux miroirs espacés d'une distance L de 3 m, formant une cavité Fabry-Pérot. Quel est l'intervalle spectral libre du laser, ISL, exprimé en Hertz ? Pour le calcul, on fera l'approximation qu'entre les deux miroirs, l'indice optique est 1 et on notera la vitesse de la lumière c dans le vide

1 pt

ISL =

(expression analytique) =

(valeur numérique)

Le faisceau laser est focalisé par un dispositif optique de type microscope qui permet d'illuminer l'échantillon à étudier. On assimile ici le microscope à une lentille idéale qui n'introduit aucune aberration. Le diamètre de cette lentille est noté D et sa focale f' . La distance d'un point de la lentille par rapport à l'axe optique est notée r et on notera $cerc(r/D)$ la fonction définissant un disque de diamètre D .

P1.3) En optique de Fourier, quelle est la fonction de transmission $f(r)$ qui peut être associée à la lentille considérée ?

1 pt

$$f(r) =$$

P1.4) Comment s'appelle la tache caractéristique qui est obtenue au point de focalisation de la lentille ?

0.5 pt

La forme caractéristique obtenue au point de focalisation est appelée

P1.5) Donnez l'expression analytique du rayon r_f caractéristique de cette tache en fonction de λ , D et f ?

0.75 pt

$r_f =$ *expression littérale*

P1.6) On considère un système avec une ouverture numérique $ON = 0.5$. On rappelle que l'ouverture numérique peut être approximée par $ON = D / 2f$. Calculer la taille caractéristique de la zone illuminée.

0.75 pt

$r_f =$ $=$
expression littérale en fonction de ON *résultat numérique*

La microscopie non-linéaire permet de surmonter les limites traditionnelles dictées par la physique ondulatoire. Lorsqu'un faisceau très puissant arrive sur le matériau à étudier, il va générer un signal de seconde harmonique, i.e. un signal dont la porteuse optique a une fréquence qui est double de la fréquence initiale du laser. C'est ce signal de seconde harmonique qui est enregistré et qu'on va chercher à imager¹.

P1.7) Quelle sera la longueur d'onde λ_{SHG} de ce signal de seconde harmonique ? Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe cette longueur d'onde ?

0.5 pt

$\lambda_{SHG} =$ nm *(résultat numérique)*
est situé dans le domaine :

Le signal généré à λ_{SHG} est très faible par rapport à l'illumination puissante du laser à λ . Le récepteur risque donc d'être ébloui par le laser à λ .

P1.8) Quelle technologie peut être mise en œuvre pour isoler le signal à λ_{SHG} ?

0.5 pt

Partie 2 : Étude d'une lame biréfringente :

5 points

Le laser étant très puissant, nous souhaitons prélever une petite partie du faisceau pour réaliser l'étude d'un composant biréfringent. Ainsi, dans le montage optique, une lame de verre (indice n) est insérée sur le chemin optique, de manière à être orientée suivant l'angle de Brewster.

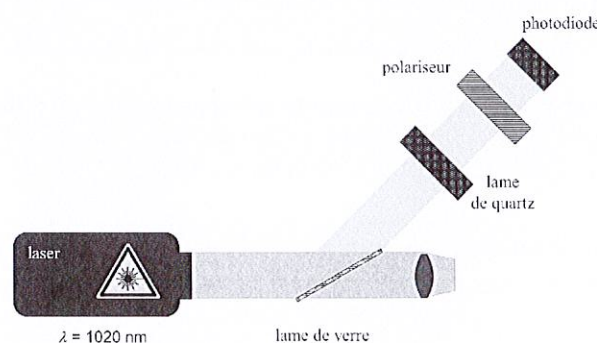


Schéma du montage utilisé pour l'analyse des propriétés d'une lame biréfringente

¹ https://fr.wikipedia.org/wiki/Microscopie_de_seconde_harmonique

P2.1) Rappeler l'expression analytique de l'angle de Brewster θ_B dans les conditions étudiées.

1 pt

$\theta_B =$

expression littérale

P2.2) Que peut-t-on dire sur la nature de la polarisation du faisceau réfléchi par la lame de verre ?

0.5 pt

On étudie une lame de quartz qui est un matériau uniaxe positif d'indice ordinaire $n_o = 1.544$ et de biréfringence $\Delta n = 0.01$. L'épaisseur de la lame est $51 \mu\text{m}$.

P2.3) Que vaut l'indice extraordinaire n_e de cette lame ?

0.5 pt

$n_e =$

(valeur numérique)

P2.4) On place la lame sur le trajet du faisceau arrivant dessus en incidence normale, l'axe optique étant placé dans le plan parallèle au plan d'incidence (ce qui fait en pratique que la lame se comporte comme une lame de phase sans dévier le faisceau). Pour l'instant aucun analyseur n'est utilisé. On tourne la lame dans sa monture de façon à faire varier l'orientation de son axe neutre. Que peut-on alors observer sur le photo-détecteur ?

0.5 pt

P2.5) On insère maintenant après la lame un analyseur de telle manière à ce que sa direction soit orthogonale à la direction de polarisation arrivant sur la lame. Lorsqu'on fait tourner la lame, on observe une variation de l'intensité lumineuse qui passe par des minima qui sont nuls. Que peut-on en déduire sur la nature de la polarisation après la lame biréfringente ?

0.5 pt

P2.6) Comment peut-t-on expliquer ce résultat connaissant les propriétés de la lame étudiée ?

1 pt

P2.7) Qu'observerait-on pour une lame deux fois plus épaisse ? Pour une lame trois fois plus épaisse ?

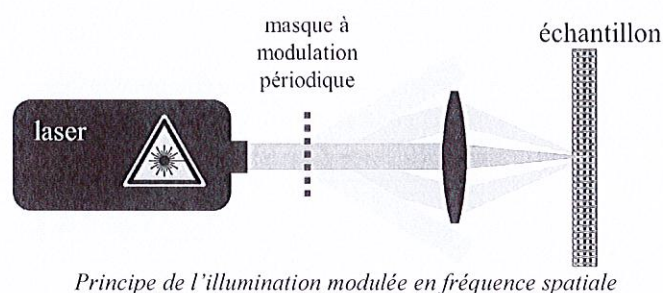
0.5 pt

Pour une lame deux fois plus épaisse :

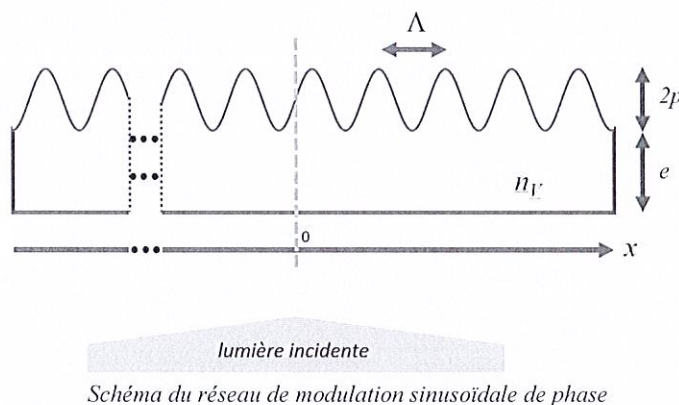
Pour une lame trois fois plus épaisse :

Partie 3 : Amélioration des performances par une modulation spatiale en fréquence :

Une amélioration de la technique a récemment été proposée et démontrée expérimentalement ². Elle consiste à recombinaison sur l'échantillon trois faisceaux issus du laser avec des angles pouvant varier. Cette technique permet de générer un signal de seconde harmonique plus efficacement et permet ainsi de gagner un ordre de grandeur sur le temps d'enregistrement des données, ce qui est essentiel pour l'observation de phénomènes biologiques et pour réduire les risques d'altération des échantillons étudiés. L'enjeu est donc de trouver un moyen de générer ces trois faisceaux à partir du laser de référence. L'utilisation d'un élément périodique est alors une solution.

**Partie 3A : Par une modulation sinusoïdale en phase :****4 points**

La première solution envisagée est d'utiliser une lame de verre d'indice n_l dont le profil de surface évolue de manière sinusoïdale. La modulation a une amplitude pic-à-pic qui vaut $2p$ et sa fréquence spatiale est notée Λ . Le faisceau laser arrive en incidence normale sur cette lame et le réseau fonctionne en transmission.



P3A.1) Quelle fonction de transparence pupillaire $f_l(x)$ peut être associée à cette lame ? (on pourra ici négliger les termes conduisant à un déphasage constant).

0.5 pt

$$f_l(x) =$$

(expression littérale)

² "Superresolved multiphoton microscopy with spatial frequency-modulated imaging" par Jeffrey J. Field, Keith A. Wernsing, Scott R. Domingue, Alyssa M. Allende Motz, Keith F. DeLuca, Dean H. Levi, Jennifer G. DeLuca, Michael D. Young, Jeff A. Squier, and Randy A. Bartels, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 113 (24) 6605-6610 (2016), <https://doi.org/10.1073/pnas.1602811113>

P3A.2) Rappelez l'expression de la figure de diffraction $I(x')$ donnée par une pupille arbitraire $f(x)$ observée à une distance z (x' étant une coordonnée transverse dans le plan d'observation). L'onde incidente est une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . On notera F la transformée de Fourier de f et on considérera que l'observation se fait en champ lointain. 0.5 pt

$$I(x') =$$

Pour prédire les résultats dans le cas qui nous intéresse et sans avoir à faire le calcul explicite de la transformée de Fourier de f , il est possible d'utiliser l'identité de Jacobi-Anger³ :

$$e^{i A \sin B} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(A) e^{i n B}.$$

avec J_n les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre n .

P3A.3) Dans quel autre phénomène d'optique ondulatoire, avez-vous eu à utiliser des fonctions de Bessel ? 0.5 pt

P3A.4) Identifiez les paramètres A et B avec les paramètres physiques impliqués dans le problème étudié dans cette partie. 0.5 pt

$$A =$$

$$B =$$

P3A.5) En déduire le paramètre physique du réseau qui influence la déviation du faisceau et le paramètre qui joue sur l'amplitude des différents ordres de diffraction. 0.5 pt

Paramètre physique jouant sur l'angle de déviation =

Paramètre physique jouant sur l'amplitude des ordres diffractés =

P3A.6) En déduire l'intensité du premier ordre diffracté ainsi que celle du faisceau non dévié. 0.5 pt

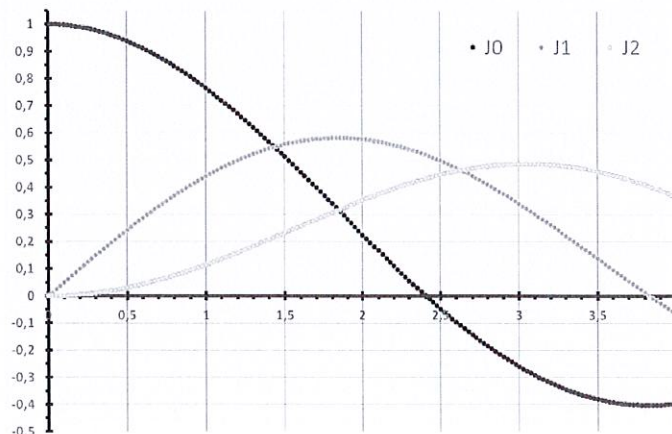
Intensité du faisceau non-dévié =

Intensité du premier ordre diffracté =

L'évolution des fonctions de Bessel $J_n(x)$ de première espèce et d'ordres 0, 1 et 2 en fonction de x a été tracée sur la figure ci-dessous.

Représentation graphique des fonctions de Bessel d'ordre 0, 1 et 2

(courbe calculée avec Ms Excel)



³ https://en.wikipedia.org/wiki/Jacobi%E2%80%93Anger_expansion

P3A.7) En utilisant le graphique précédent, quelle valeur du réseau faut-t-il utiliser si l'on souhaite faire disparaître le pic central dans la figure de diffraction ? 0.5 pt

=

P3A.8) En utilisant le graphique précédent, quelle valeur du réseau faut-t-il utiliser si l'on souhaite avoir l'ordre central et l'ordre 1 de la figure de diffraction avec la même intensité ? 0.5 pt

=

Partie 3B : Par une modulation binaire d'amplitude :

6.5 points

On considère maintenant une solution où le réseau introduit est un dispositif modulant l'intensité spatiale de manière binaire avec une période Λ . On considère toujours qu'on est en champ lointain et on supposera le réseau infini.

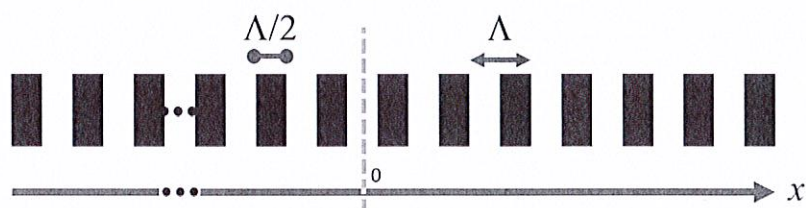


Schéma du réseau de modulation d'amplitude binaire

P3B.1) Exprimez la fonction de transparence pupillaire f_2 associée à ce réseau en fonction de Λ . Vous pourrez pour cela utiliser les fonctions porte Π et la fonction peigne de Dirac III . 1 pt

$$f_2(x) =$$

P3B.2) En déduire la figure de diffraction associée.

1 pt

On rappelle que : $\text{III}_T(t) \xrightarrow{TF} \frac{2\pi}{T} \text{III}_{2\pi/T}(\omega)$ et que $\Pi_a(t) \xrightarrow{TF} a \text{sinc}\left(\frac{a\omega}{2}\right)$
 $f(t) * g(t) \xrightarrow{TF} F(\omega) G(\omega)$ et $f(t) g(t) \xrightarrow{TF} \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$

P3B.3) En déduire la direction vers laquelle est diffracté le premier ordre.

1 pt

P3B.3) Représentez graphiquement l'intensité diffractée .

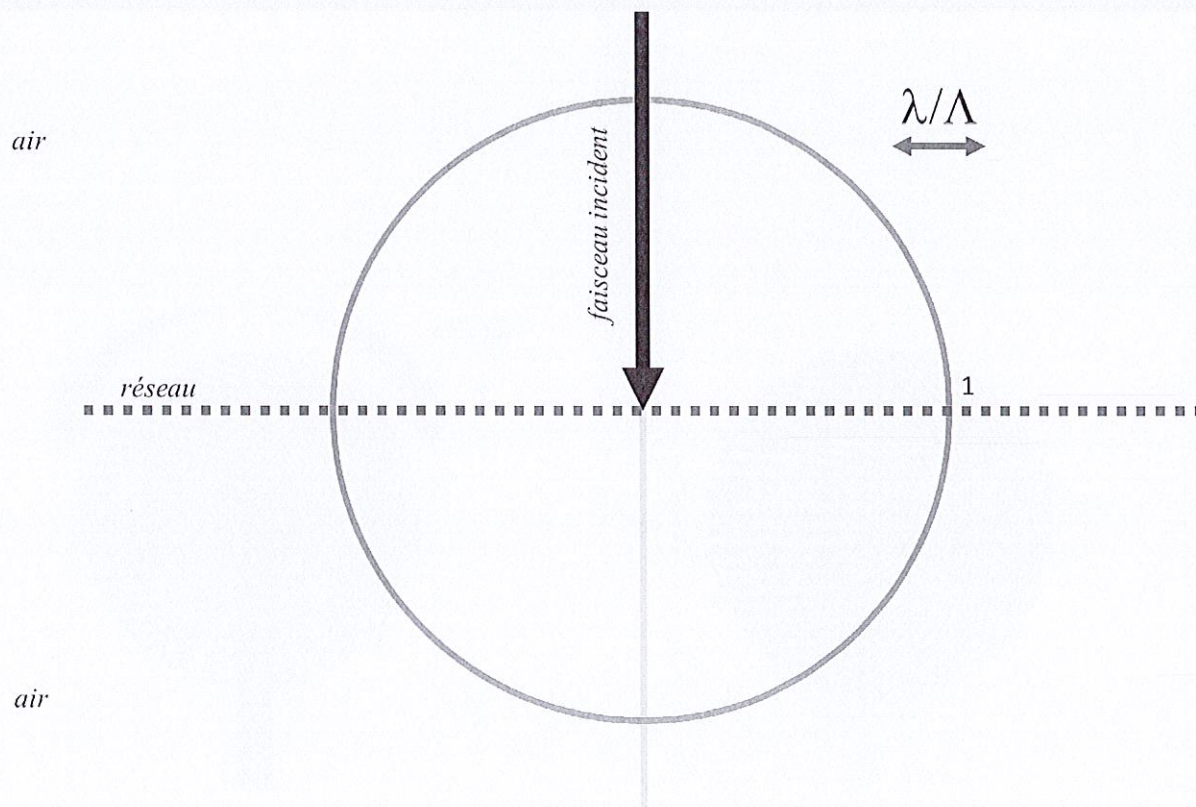
1 pt

P3B.4) Est-ce que ce résultat donnant le premier ordre est cohérent avec une autre loi que vous connaissez pour les réseaux ? (Énoncez cette loi)

1 pt

P3B.5) Compléter la construction ci-dessous et retrouvez graphiquement les directions de diffraction pour le rapport λ/Λ indiqué sur la figure.

1 pt



Nom de la construction :

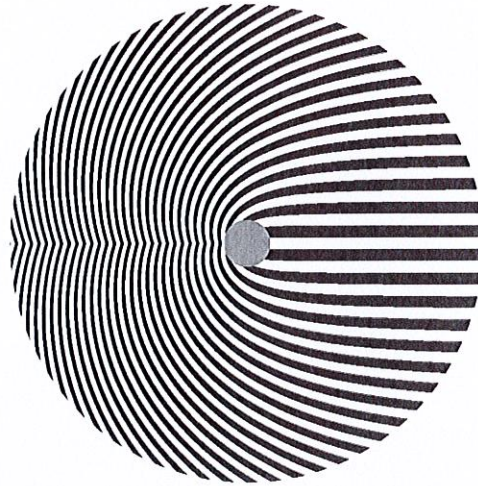
P3B.6) Combien de taches de diffractions sont observées ? (on ne compte pas la tâche central qui n'est pas déviée par le réseau)

0.5 pt

Partie 3C : Par un masque circulaire :

2 points

La limite des deux solutions précédentes est qu'une fois le réseau choisi, la direction des rayons diffractés est fixée. Or pour certaines applications de microscopie, il peut être très intéressant de varier les directions d'orientation des faisceaux. Pour cela, le dispositif circulaire suivant a été testé :

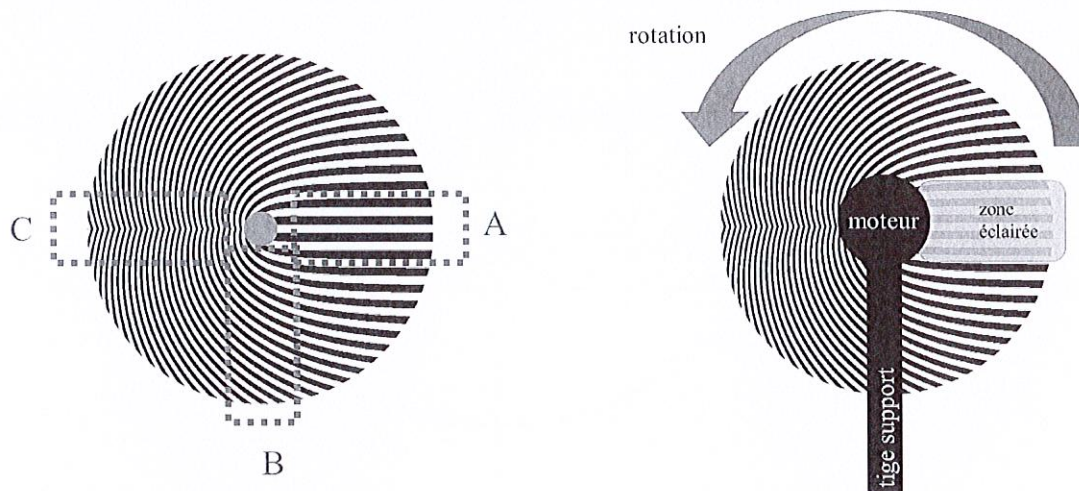
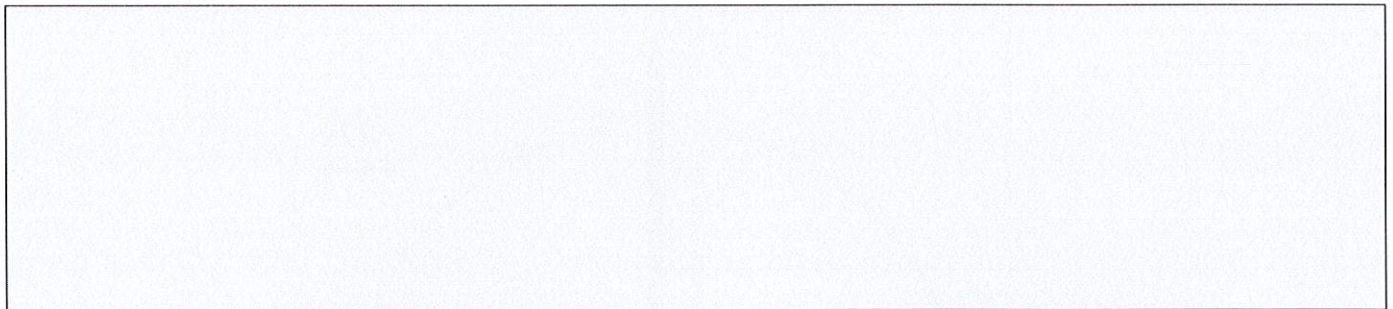


La fonction de transparence de ce masque est donnée en coordonnées polaires (r, φ) par ⁴ :

$$f_3(r, \varphi) = \frac{1}{2} + \text{sgn}(\cos(\Delta k r \varphi)) / 2$$

avec Δk la fréquence spatiale la plus faible du disque et sgn la fonction signe.

P3C.1) Que peut-t-on dire sur les fréquences spatiales vues par le faisceaux lorsqu'il éclaire les zones A, B et C représentées ci-dessous ? Que peut-on en déduire sur les déviations angulaires θ_A , θ_B et θ_C des faisceaux dans les zones A, B et C ? 2 pt



Le disque n'est pas centré sur le faisceau. Il est légèrement décalé par rapport à l'axe optique du montage et il est monté sur un moteur rotatif rapide.

⁴ Camille Scotté, Siddharth Sivankutty, Patrick Stockton, Randy A. Bartels, and Hervé Rigneault, "Compressive Raman imaging with spatial frequency modulated illumination," Opt. Lett. 44, 1936-1939 (2019)

P3C.2) Quel est l'avantage pratique de cette solution ?

1 pt

