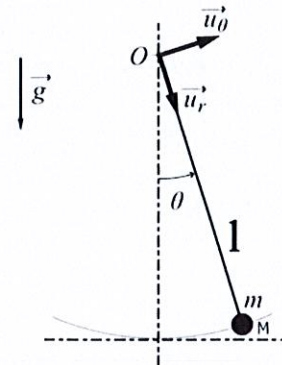


Exercice 1 – Question de cours (barème approximatif 3 points)

On considère un pendule constitué d'une masse m accrochée à l'extrémité d'un fil inextensible de longueur l .

Dans la base polaire $(O, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ donner les expressions suivantes en fonction de $l, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \vec{u}_r$ et $\vec{u}_\theta$

1. du vecteur position $\vec{OM}$
2. du vecteur vitesse $\vec{v}$
3. du vecteur accélération $\vec{a}$



Exercice 2 – Décollage d'un avion (barème indicatif 4 points)

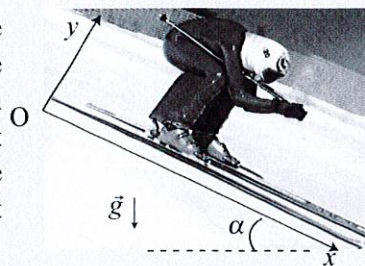
Un avion a une accélération constante $a_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ et doit atteindre la vitesse de $v_{\min} = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ pour décoller. On veut savoir si cet avion est capable de décoller depuis la piste du porte-avions Charles de Gaulle (la longueur de la piste est de $L = 194,5 \text{ m}$).

Données : $a_0 = 12,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $v_{\min} = 200 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$; $L = 194,5 \text{ m}$.

1. Donner les expressions de la vitesse $v(t)$ et de la position de l'avion $x(t)$ en fonction du temps.
2. a) En déduire que $v(x) = \sqrt{2a_0x}$
b) Calculer la vitesse en bout de piste $v(L)$.
La convertir en $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$.
c) L'avion est-il capable de décoller ?

Exercice 3 – Ski de vitesse (barème indicatif 6 points)

La piste de kilomètre lancé de Chabrière dans le Queyras est d'une longueur de $L = 1400 \text{ m}$ pour une inclinaison de $\alpha = 45,0^\circ$. Elle permet d'atteindre une vitesse de $v_L = 260 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. On considère un skieur de masse $m = 80 \text{ kg}$ s'élanciant sans vitesse initiale du sommet O de la piste. On modélise les frottements de l'air par une force de frottement $\vec{F} = -h\vec{v}$, où h est un coefficient de frottement constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du skieur. On néglige les frottements solides.



Données $L = 1400 \text{ m}$; $\alpha = 45,0^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$; $v_L = 260 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 72,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $m = 80 \text{ kg}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

1. a) En nommant le référentiel choisi, effectuer un bilan des forces sur le skieur et donner l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $v(t)$.
b) En déduire l'existence d'une vitesse limite (alors $\dot{v} = 0$) $v_L = \frac{mg \sin \alpha}{h}$
2. Montrer que l'équation différentielle sur $v(t)$ peut se mettre sous la forme :

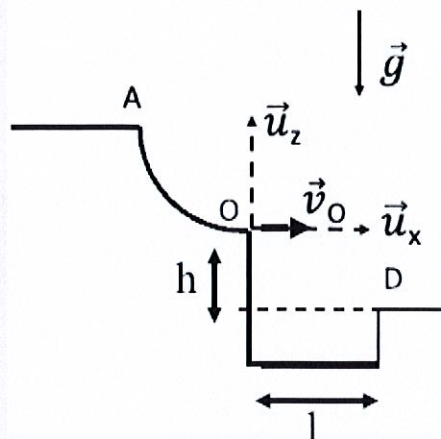
$$\dot{v} + \frac{1}{\tau}v = \frac{v_L}{\tau}$$

Exprimer τ en fonction de m et h . En déduire $\tau = \frac{v_L}{g \sin \alpha}$

3. À partir de la valeur de la vitesse limite v_L , déterminer le temps caractéristique d'évolution de la vitesse τ .

Exercice 4 – Ski hors piste (barème indicatif 7 points)

Un skieur décide de faire du hors piste (voir figure). Il se retrouve sur un passage en forme d'arc de cercle AO aboutissant sur un fossé de largeur l . Le point O se trouve à une hauteur h par rapport à l'autre bord D du fossé. Le skieur part du point A sans élan et espère franchir le fossé. Le skieur arrive en O avec une vitesse $v_O = 10,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ horizontale, dirigée vers la droite. On utilise le repère cartésien $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ pour décrire le saut du fossé. On se place dans le référentiel terrestre, supposé galiléen.



1. a) Par application du PFD à un instant t , déterminer les deux composantes de l'accélération du point M lors du saut du fossé.
 b) En déduire, compte tenu des conditions initiales, les composantes du vecteur vitesse.
 c) En déduire, les équations horaires du mouvement de M $x(t)$ et $z(t)$.
2. Établir l'équation cartésienne du mouvement $z(x)$.
3. a) Le skieur franchit le fossé s'il atteint le point D de coordonnées $D(l, -h)$. Cela signifie qu'il peut franchir le fossé qu'à la condition $z(l) > -h$. Montrer que cela n'est possible que s'il a une vitesse en O telle que

$$v_O > l\sqrt{\frac{g}{2h}}$$

- b) Vérifier l'homogénéité de la formule et calculer la vitesse minimale à acquérir en O .
- c) Le skieur franchit-il le fossé ?

Données $m = 60,0 \text{ kg}$; $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R = 40,0 \text{ m}$; $h = 3,20 \text{ m}$; $l = 7,00 \text{ m}$; $\alpha = \pi/6 \text{ rad}$.