

EPREUVE :
Electromagnétisme - Phys3C

Durée : 1h30 — Documents non autorisés - Calculatrice autorisée

Transmissions sous-marines : indice complexe et profondeur de pénétration

On examine la transmission sous-marine par ondes radio de fréquence maximale 100 MHz. L'eau de mer est un milieu diélectrique linéaire, homogène et isotrope (LHI), globalement neutre ($\rho = 0$), non magnétique ($\mu = \mu_0$), rendu conducteur par la salinité. Pour les fréquences hertziennes, sa permittivité relative ($\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$) et sa conductivité électrique sont celles des régimes quasi-statiques, des grandeurs réelles positives de valeur $\epsilon_r = 81$ et $\gamma = 4 \text{ S.m}^{-1}$.

1. Donner la **forme générale** des équations de Maxwell en fonction des champs $\vec{D}$ et $\vec{H}$ dans un diélectrique LHI en présence d'une densité volumique de charges de conduction ρ et d'une densité volumique de courant de conduction $\vec{j}$.
2. Exprimer ces mêmes équations en fonction des champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$.
3. Ecrire ces équations dans le cas de l'eau de mer en y admettant la loi d'Ohm locale $\vec{j} = \gamma \vec{E}$.
4. Dédire de la question précédente l'équation de propagation de $\vec{E}$.
5. On cherche une solution sous la forme $\vec{E}(z, t) = E_0 \exp i(\omega t - kz) \vec{u}_x$, avec $|\vec{u}_x| = 1$. Dédire de la question précédente la relation de dispersion de l'eau reliant k à ω . En introduisant un **indice complexe** n , on écrira cette relation sous la forme $k^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c^2}$, avec c la vitesse de la lumière dans le vide. Exprimer le carré n^2 en fonction de ϵ_0 , ϵ_r , γ et ω . On rappelle l'expression $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$.
6. Evaluer numériquement la partie réelle et imaginaire de n^2 et montrer que l'on peut négliger la partie réelle (liée au courant de déplacement) devant la partie imaginaire (reliée au courant de conduction) pour des fréquences $f < 100 \text{ MHz}$. On donne $\epsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi) \text{ F.m}^{-1}$.
7. En déduire alors l'expression approchée de n que l'on mettra sous la forme $n = (1 - i)/\alpha$, avec α une quantité réelle dont on précisera l'expression en fonction de ω , γ et ϵ_0 . On rappelle que $\sqrt{-i} = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{2}$.
8. Quelle est la vitesse de phase v_ϕ de l'onde ?
9. Sur quelle distance δ l'onde $\vec{E}$ se propage-t-elle dans l'eau de mer avant que son amplitude soit réduite du facteur $e = \exp(1)$?
10. Calculer α , δ et v_ϕ pour $f = 100 \text{ MHz}$.